



MASTER MINT

Mathématiques
en interaction

Présentation et Syllabus

Table des matières

Présentation du Master 1 MINT	3
Tronc commun	7
Probabilités	8
Mathématiques assistées par ordinateur	9
Analyse d'algorithmes, programmation	11
Théorie de l'information	12
Projet	14
Anglais	15
Spécialisation "Algèbre appliquée"	16
Algèbre 1	17
Théorie des nombres et cryptographie	18
Cryptographie	20
Algèbre 2	21
Introduction aux courbes elliptiques	23
Automatique et Algèbre	24
Spécialisation "Simulation, Calcul"	26
Introduction à l'analyse fonctionnelle et aux équations aux dérivées partielles	27
Optimisation	28
Analyse des équations aux dérivées partielles	29
Méthodes numériques avancées et programmation	30
Stabilité et bifurcation	32
Corps professoral	35

Présentation

Le Master 1 « Mathématiques en Interaction » (MINT) de l'Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines est destiné à des étudiants désirant acquérir une formation solide et moderne dans le domaine des mathématiques et de leurs applications. Il fait partie du Master « Mathématiques et Applications » de l'Université Paris-Saclay.

L'objectif principal de ce master est de former des mathématiciens de haut niveau maîtrisant à la fois des techniques pointues d'algèbre et/ou d'analyse, ainsi que les outils de modélisation et de programmation qui leur ouvriront de nombreux débouchés professionnels.

La formation proposée dans le cadre du Master 1 « Mathématiques en Interaction » s'articule autour d'un tronc commun et de deux spécialisations au choix. Le tronc commun comporte un socle de connaissances fondamentales en mathématiques, en informatique et en modélisation. Les deux spécialisations proposées sont « Algèbre Appliquée » et « Simulation, Calcul ».

Après cette première année de Master, les deux spécialisations se poursuivent dans deux parcours : « Analyse, Modélisation et Simulation » et « Analyse, Arithmétique, Géométrie et Algèbre Appliquée », faisant tous deux partie de la deuxième année du Master « Mathématiques et Applications » (voir schéma ci-dessous).

Le présent document contient un descriptif des cours du tronc commun et de chacune des deux spécialisations. On y trouve en particulier le poids, le volume horaire le contenu et les objectifs de chaque cours. Une liste des enseignants qui interviendront dans ces cours est aussi présentée.

Spécialisation M1 "Algèbre Appliquée"

Les étudiants qui se spécialiseront en algèbre appliquée suivront des cours approfondis en algèbre commutative, arithmétique, cryptographie et théorie algébrique des systèmes.

La spécialisation « Algèbre Appliquée » ouvre à des débouchés académiques et privés : thèse dans un organisme public (universités, INRIA, etc.) ou en collaboration avec une entreprise privée, recherche en mathématiques fondamentales ou appliquées à la théorie du contrôle, à la cryptographie et à la sécurité informatique dans les milieux académique ou privé (Accenture, Dictao, Gemalto, Oberthur, Orange, etc.). Les étudiants pourront également s'orienter vers l'informatique théorique et les métiers d'ingénieurs dans le domaine des mathématiques appliquées à l'informatique (cryptologie, robotique).

Spécialisation M1 "Simulation, Calcul"

Les étudiants qui suivront la spécialisation «Simulation, Calcul» auront des cours approfondis dans les domaines des équations aux dérivées partielles, de l'optimisation, du calcul scientifique et de la modélisation mécanique.

La spécialisation «Simulation, Calcul» prépare les étudiants à de nombreux débouchés académiques et professionnels. Au terme de leurs deux années de Master, ils pourront par exemple candidater à une thèse dans un organisme public (universités, INRIA, CEA, Onera) ou en collaboration avec une entreprise privée. Ils pourront également postuler à des emplois dans le monde professionnel (Airbus, EDF, Renault, PSA, Safran, Thalès, etc.).

Cours M1 de tronc commun

- Probabilités (3 ects)
- Mathématiques assistées par ordinateur (6 ects)
- Analyse d'Algorithmes, Programmation (5 ects)
- Théorie de l'information (4 ects)
- Projet (6 ects)
- Anglais (3 ects)

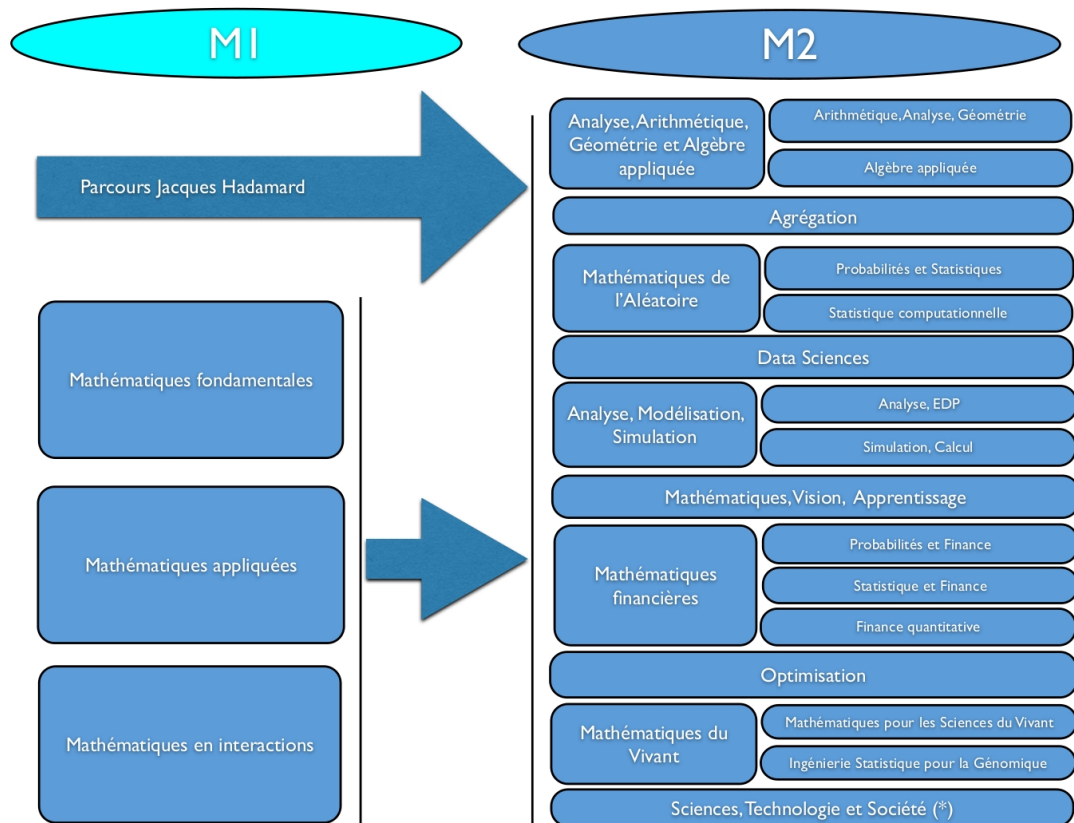
Cours M1 de la spécialisation "Algèbre Appliquée"

- Algèbre 1 (6 ects)
- Théorie des nombres et cryptographie (6 ects)
- Cryptographie (6 ects)
- Algèbre 2 (6 ects)
- Introduction aux courbes elliptiques (6 ects)
- Automatique et Algèbre (3 ects)

Cours M1 de la spécialisation "Simulation, Calcul"

- Introduction à l'analyse fonctionnelle et aux équations aux dérivées partielles (6 ects)
- Optimisation (6 ects)
- Analyse des équations aux dérivées partielles (6 ects)
- Méthodes numériques avancées et programmation (6 ects)
- Stabilité et bifurcation (3 ects)
- Modélisation en mécanique (6 ects)

Schéma du Master **Mathématiques et Applications**
de l'Université Paris-Saclay



Programme des cours
du Master 1
Mathématiques en Interaction

Tronc commun

27 ECTS (12 ECTS en S1, 15 ECTS en S2)

Probabilités

Tutelle: Département de Mathématiques, UVSQ
Volume horaire: CM: 12h TD: 12h Total: 30h (éq. Td)
ECTS: 3
Semestre: 1
Caractère: obligatoire
Intervenants: Catherine Donati-Martin et Alexis Devulder
Lieu: UVSQ
Parcours: Simulation et Calcul, Algèbre Appliquée
Evaluation: (Examen + CC)/2

Pré-requis: Calcul intégral et théorie de la mesure, Probabilités (cours L3)

Description:

On reprend rapidement en les approfondissant les notions d'espace probabilisé et de variables aléatoires. On développe les différentes notions de convergence de variables aléatoires. On introduit la notion de processus stochastiques (famille de variables aléatoires indexées par le temps) qu'on illustre par l'étude des marches aléatoires et des chaînes de Markov.

Contenu:

- Espaces de probabilités, variables aléatoires, indépendance
- Convergence de variables aléatoires, théorèmes limites
- Espérance conditionnelle
- Marches aléatoires
- Chaînes de Markov

Bibliographie:

- P. Barbe et M. Ledoux, *Probabilité*, Belin, 1998.
- B. Bercu et D. Chafaï, *Modélisation stochastique et simulation. Cours et applications*, Dunod, 2007.
- R. Durrett, *Probability : Theory and Examples*, Duxbury, 2005.
- D. Foata et A. Fuchs : *Calcul des Probabilités : Cours, exercices et problèmes corrigés*, Dunod, 2003.
- Olivier Garet, Aline Kurtzmann, *De l'intégration aux probabilités*, Ellipses, 2011.
- P. Baldi, L. Mazliak et P. Priouret *Martingales et Chaînes de Markov*. Hermann, collection Méthodes, 1998.
- W. Feller, *An introduction to probability theory and its applications*, Wiley.

Mathématiques assistées par ordinateur

Tutelle: Département de Mathématiques, UVSQ

Volume horaire: CM: 24h TP: 24h Total: 60h (éq. Td)

ECTS: 6

Semestre: 1

Intervenants: Guillermo Moreno-Socías et Tahar Z. Boulmezaoud

Lieu: UVSQ

Caractère: obligatoire

Parcours: Simulation et Calcul, Algèbre Appliquée

Evaluation: (Examen + CC)/2

Pré-requis: Algèbre de licence

Description:

Ce cours comporte essentiellement deux composantes de poids équivalents.

La première composante est une initiation au Calcul formel (*Computer Algebra* en anglais). Celui-ci s'intéresse aux méthodes qui permettent de trouver des résultats de façon :

- Exacte (par opposition au Calcul numérique).
- Effective (par opposition aux théorèmes purement existentiels).
- Efficace (par opposition aux calculs dont la faisabilité est purement théorique).

L'outil de base est donc l'algorithme, dont on verra divers types. La question de l'efficacité donnera lieu à de petites études de complexité. Mais il ne s'agit aucunement d'un cours d'informatique, et aucun pré-requis n'est demandé dans ce domaine.

La deuxième composante du cours est dédiée à l'algèbre linéaire numérique. Il s'agira essentiellement de la résolution problèmes d'algèbre linéaire de grande taille. L'accent sera mis tout spécialement sur les méthodes modernes de résolution de systèmes linéaires et des problèmes aux valeurs propres.

Une partie non négligeable du cours se passera devant des ordinateurs, et sera consacrée à écrire en SAGE, MAXIMA ou SCILAB des algorithmes vus en cours.

Contenu:

Calcul formel

- Objets de base : Les grands entiers, les polynômes à 1 variable.
- Représentation. Addition et soustraction. Multiplication. Division euclidienne.
- Algorithme d'Euclide : pgcd, identité de Bézout. Applications.

- Arithmétique modulaire. Théorème chinois des restes.
- Evaluation et interpolation (polynômes de Legendre). Changement de représentation.
- Multiplication rapide : Karatsuba ; transformée de Fourier discrète.
- Division euclidienne rapide grâce à Newton.
- Evaluation et interpolation rapides. Théorème chinois des restes rapide.
- Algorithme d'Euclide rapide.
- Algèbre linéaire rapide : multiplication de matrices selon Strassen.
- Factorisation de polynômes sur un corps fini (Gauss).

Algèbre linéaire numérique

- Rappels sur les méthodes directes (méthode LU , Cholesky, QR,..) et les méthodes itératives classiques (Jacobi, Gauss-Seidel, relaxation).
- Méthodes itératives modernes. Méthode de sous-espaces de Krylov
 - Méthode de gradient conjugué
 - Méthode GMRES
 - Méthode (stabilisée) du gradient biconjugué
 - Préconditionnement.
- Calcul de valeurs propres : algorithme de Lanczos, méthodes d'Arnoldi et de Jacobi-Davidson.

Bibliographie:

- J. Von zur Gathen & J. Gerhard, *Modern Computer Algebra*, 3rd Edition, Cambridge University Press (2013).
- V. Shoup, *A Computational Introduction to Number Theory and Algebra*, 2nd Edition, Cambridge University Press (2008).
- J. Stoer et R. Burlish, *Introduction to numerical analysis*, Springer (2nd edition).

Analyse d'algorithmes, Programmation

Tutelle: Département de Mathématiques, UVSQ

Volume horaire: CM: 20h TD: 20h Total: 50h (éq. Td)

ECTS: 5

Semestre: 2

Intervenants: Luca De Feo

Lieu: UVSQ

Caractère: obligatoire

Parcours: Simulation et Calcul, Algèbre Appliquée, Informatique

Evaluation: (Examen + CC)/2

Pré-requis: non suggérés

Description:

Introduction aux techniques de conceptions d'algorithmes et d'analyse de performances. TPs sur machine avec environnement Python/Sage.

Contenu:

- Analyse d'algorithmes, modèles de complexité, complexité asymptotique, classes de complexité.
- Structures de données et algorithmes : ordonnancement, piles, files, tables de hachage, arbres, graphes.
- Programmation dynamique, programmation linéaire entière.
- Algorithmes arithmétiques : multiplication, pgcd, multiplication de matrices.
- Algorithmes géométriques : programmation linéaire, diagrammes de Voronoï

Bibliographie:

- Thomas H. Cormen. Charles E. Leiserson. Ronald L. Rivest. Clifford Stein. Introduction to Algorithms. Third Edition. The MIT Press. Cambridge, Massachusetts.
- Christos H. Papadimitriou. Computational complexity. Addison-Wesley, 1994. 523 pages.

Théorie de l'information

Tutelle: Département de Mathématiques, UVSQ
Volume horaire: CM: 16h TD: 16h Total: 40h (éq. Td)
ECTS: 4
Semestre: 2
Intervenants: Michaël Quisquater
Lieu: UVSQ
Caractère: obligatoire
Parcours: Algèbre appliquée, Simulation et Calcul
Evaluation: (Examen + CC)/2

Pré-requis: Algèbre linéaire. Quelques éléments d'algèbre. Théorie élémentaire des probabilités.

Description:

Le but d'un système de communication est le transport d'information d'une source à un destinataire via un canal de communication. Ce canal possède en général des imperfections ce qui peut engendrer des erreurs de transmission. Aussi, le canal peut être sujet à des écoutes ce qui peut poser des problèmes de confidentialité. Finalement, l'utilisation d'un canal a un coût, il est donc important d'optimiser son usage.

Pour répondre à ces différentes exigences, on effectue un prétraitement de l'information ; il s'agit de la chaîne de codage. Celle-ci se divise en trois étapes : compression, chiffrement et ajout de redondance. Ces techniques font appel à la théorie des probabilités et à l'algèbre discrète. Ce cours présente les bases de la première et la troisième étape de la chaîne de codage, la seconde étant abondamment étudiée dans des cours de cryptographie.

Contenu:

- Notions de base en théorie de l'information (entropie, information mutuelle).
- Algorithmes de compression sans perte (étape 1 de la chaîne de codage).
- Théorie des codes correcteurs d'erreurs (étape 3 de la chaîne de codage).
 - Canal sans mémoire à temps discret. Notion de capacité. Théorème de codage pour un canal bruyant. Principe de décodage par maximum de vraisemblance. Borne sur la probabilité d'erreur de décodage.
 - Théorie des codes correcteurs en blocs. Distance minimale et problématique des bornes sur la taille d'un code. Notion de code parfait.
 - Codes linéaires. Matrice génératrice et matrice de parité. Décodage par syndrome. Codes duaux. Polynôme énumérateur des poids. Identité de

Mac-Williams.

- Etude de certaines familles de codes linéaires (en bloc) et algorithmes de décodage.
- Codes convolutionnels et algorithme de Viterbi.

Bibliographie:

- The Theory of Error-Correcting Codes. F. J. MacWilliams, N. J. A. Sloane North Holland Publishing Co. 1977.
- Théorie des codes (Compression, cryptage, correction). J.-G. Dumas, J.-L. Roch, E. Tannier et S. Varrette, Dunod 2007.

Projet

Tutelle: Département de Mathématiques, UVSQ

ECTS: 6

Semestre: 1

Intervenants: Membres du département de Mathématiques

Lieu: UVSQ

Caractère: obligatoire

Parcours: Simulation et Calcul, Algèbre Appliquée

Evaluation: Appréciation de l'encadrant, rédaction d'un mémoire, soutenance orale (20 minutes + questions du jury).

Pré-requis: selon le sujet choisi.

Description:

Ce module est l'occasion pour un binôme d'étudiants d'approfondir ses connaissances dans un thème choisi en accord avec un encadrant. Le sujet pourrait être la compréhension d'un résultat mathématique remarquable, l'étude d'un ouvrage particulier ou la réalisation d'un travail de recherche. Une collaboration avec le secteur économique et industriel pourrait aussi être envisagée.

Un enseignant suivra l'avancement du projet et orientera le binôme tout au long du semestre.

Le binôme rédigera un mémoire final (d'une vingtaine de pages) et défendra son travail lors d'une soutenance orale comportant un exposé suivi de questions du jury.

Anglais

Tutelle: Institut d'Etudes Culturelles et Internationales

ECTS: 3

Semestre: 1

Caractère: obligatoire

Intervenants: Florian Leniaud et Jean-Baptiste Goyard

Lieu: UVSQ

Parcours: Simulation et Calcul, Algèbre appliquée

Pré-requis:

- Être capable de comprendre à l'oral comme à l'écrit des supports d'anglais général et scientifique.
- Être capable de faire des présentations orales et écrites sur des sujets d'actualité divers.
- Avoir d'importantes notions en grammaire anglaise.

Description:

Dans un contexte à caractère professionnel, les cours en anglais Master visent à aider les étudiants à faire face aux exigences du monde du travail.

Contenu:

- Job Interview
- Debating
- CV - Cover letter - Essay writing
- Listening Comprehension

Spécialisation "Algèbre appliquée"

33 ECTS (18 ECTS en S1, 15 ECTS en S2)

Algèbre 1

Tutelle: Département de Mathématiques, UVSQ

Volume horaire: CM: 24h TD: 24h Total: 60h (éq. Td)

ECTS: 6

Semestre: 1

Intervenants: Martin Andler

Lieu: UVSQ

Caractère: obligatoire

Parcours: Algèbre Appliquée

Evaluation: (Examen + CC)/2

Pré-requis: Algèbre de licence

Description:

Après de brèves révisions sur les structures fondamentales de l'algèbre : groupes, anneaux, corps, on étudie les anneaux de polynômes sur un anneau et sur un corps. Les deux domaines importants étudiés dans cette UE sont les modules, en particulier la structure de modules de type fini sur un anneau principal, et les extensions de corps et la théorie de Galois.

Contenu:

- Anneaux de polynômes sur un anneau. Cas d'un corps ; théorèmes d'hérédité.
- Extensions de corps ; extensions algébriques.
- Groupe de Galois.
- Modules sur un anneau, modules de type fini ; modules sur un anneau principal.

Bibliographie:

- Lang S., *Algebra*, Springer.
- Stewart I., *Galois Theory*, Chapman & Hall.
- Chambert-Loir A., *Algèbre corporelle*.

Théorie des nombres et cryptographie

Tutelle: Département de Mathématiques, UVSQ

Volume horaire: CM: 24h TD: 24h Total: 60h (éq. Td)

ECTS: 6

Semestre: 1

Intervenants: Vincent Sécherre

Lieu: UVSQ

Caractère: obligatoire

Parcours: Algèbre Appliquée

Evaluation: (Examen + CC)/2

Pré-requis: Algèbre de Licence (groupes, anneaux, corps, polynômes et congruences)

Description:

L'objectif de ce cours est de mettre en évidence la façon dont des propriétés algébriques (notamment les structures de groupe et d'anneau) peuvent servir à prouver des résultats arithmétiques, avec des applications à la cryptographie. Au début du cours, on rappelle brièvement les notions de théorie des groupes et des anneaux qui seront nécessaires dans la suite. On étudie notamment l'anneau des entiers relatifs et les anneaux de polynômes en une indéterminée à coefficients dans un corps, en insistant sur leurs propriétés algébriques communes. On étudie ensuite les propriétés arithmétiques des anneaux de congruence $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ et des corps finis, y compris la loi de réciprocité quadratique de Gauss, et on en déduit plusieurs tests de primalité. On introduit ensuite diverses propriétés de structure (anneaux euclidiens, principaux, factoriels, intégralement clos, etc.) et leurs conséquences en arithmétique (notamment le théorème des deux carrés). On introduit enfin la notion d'entier quadratique et on démontre le théorème des unités, qui permet de résoudre l'équation de Pell $x^2 + dy^2 = 1$.

Contenu:

- Groupes et anneaux
- Entiers et polynômes en une indéterminée
- Congruences modulo un entier
- Corps finis
- Les entiers de Gauss et le théorème des deux carrés
- Anneaux euclidiens, principaux, factoriels
- Le théorème des unités et l'équation de Pell

Bibliographie:

- M. Demazure, *Cours d'algèbre*, Cassini, 1997.
- M. Hindry, *Arithmétique*, Calvage et Mounet, 2008.

- K. Ireland et M. Rosen, *A classical introduction to modern number theory*, Graduate texts in mathematics **84**, Springer, 1990.
- D. Perrin, *Cours d'algèbre*, Ellipses, 1996.

Cryptographie

Tutelle: Département d'Informatique et Département de Mathématiques, UVSQ

Volume horaire: CM: 20h TD: 20h Total: 50h (éq. Td)

ECTS: 6

Semestre: 1

Intervenants: Louis Goubin

Lieu: UVSQ

Caractère: obligatoire

Parcours: Algèbre Appliquée, Informatique

Evaluation: (Examen + CC)/2

Pré-requis: Algèbre et algèbre linéaire de licence : arithmétique modulaire, calculs dans les corps finis. Rudiments de théorie des probabilités et de statistiques. Connaissances de base en algorithmique.

Description:

Le but est de présenter un panorama des principaux algorithmes utilisés en chiffrement, authentification et signature électronique, ainsi que leur utilisation pour sécuriser les communications numériques.

A l'issue de ce cours, les étudiants devront pouvoir :

- utiliser l'arithmétique modulaire et les opérations de base sur les corps finis liées aux techniques cryptographiques
- décrire les concepts et algorithmes cryptographiques de base, incluant le chiffrement/déchiffrement, les fonctions de hachage et la cryptographie à clé publique
- évaluer la sécurité de primitives cryptographiques
- concevoir et analyser des protocoles pour des objectifs de sécurité variés

Contenu:

- Cryptographie à clé secrète, Cryptographie à clé publique
- Attaques brutales, attaques par rejeu
- Attaques à chiffré seul, attaques à clair choisi, attaques à clair et chiffré choisis
- Attaques interactives et non interactives
- Chiffrement par flot, chiffrement par blocs
- Transposition et substitution, schémas de Feistel
- DES, AES
- Fonctions à sens unique, fonctions de hachage
- Algorithmes d'échange de clés
- RSA, Algorithmes zero-knowledge
- Applications

Bibliographie:

- N. Koblitz, *A Course in Number Theory and Cryptography*, GTM 114, Springer, 1994.
- A.J. Menezes, P.C. van Oorschot, S.A. Vanstone, *Handbook of Applied Cryptography*, CRC Press, 1997.
- D. Stinson, *Cryptography : Theory and Practice*, Third Edition (Discrete Mathematics and Its Applications), CRC Press, 2005.
- S. Vaudenay, *A Classical Introduction to Cryptography : Applications for Communications Security*, Springer, 2005.

Algèbre 2

Tutelle: Département de Mathématiques, UVSQ

Volume horaire: CM: 24h TD: 24h Total: 60h (éq. Td)

ECTS: 6

Semestre: 2

Intervenants: Vincent Cossart

Lieu: UVSQ

Caractère: obligatoire

Parcours: Algèbre Appliquée

Evaluation: (Examen + CC)/2

Pré-requis: Algèbre de Licence (groupes, anneaux, corps, polynômes et congruences), cours de théorie des nombres et cryptographie

Description:

L'objectif de ce cours est de permettre aux étudiants d'aborder sereinement la géométrie algébrique et l'algèbre effective. Le cours est tourné vers l'étude des anneaux de polynômes. On cherche constamment à interpréter géométriquement les théorèmes d'algèbre abstraite : lemme de normalisation vs. projection sur un espace vectoriel, Nullstellensatz vs. recherche de l'idéal d'un fermé algébrique. Interprétation géométrique de la dimension de Krull.

Contenu:

- Anneaux noethériens, théorème de la base de Hilbert.
- Topologie de Zariski de k^n .
- Correspondance entre idéaux et fermés algébriques.
- Anneaux de fractions, localisation.
- Extensions entières : going up et going down.
- Lemme de normalisation, degré de transcendance, dimension.

- Nullstellensatz.

Bibliographie:

- Atiyah et Mac Donald, *An introduction to commutative algebra*, Addison-Wesley, 1969.
- Chambert-Loir *Algèbre commutative et introduction à la géométrie algébrique* <http://www.math.u-psud.fr/~chambert/enseignement/2013-14/aceiga/Dea.pdf>
- Cox, Little et O’Shea, *Ideal, varieties and algorithms*, Springer, 1991.
- Matsumura, Hideyuki *Commutative ring theory*. Cambridge University Press, 1986.
- C. Peskine *An algebraic introduction to complex projective geometry, I. Commutative algebra*, Cambridge University Press, 1996.
- D. Perrin, *Cours d’algèbre*, Ellipses, 1996.
- Samuel et Zariski, *Commutative algebra*, 2 volumes, Springer.

Introduction aux courbes elliptiques

Tutelle: Département de Mathématiques UVSQ

Volume horaire: CM: 24h TD: 24h Total: 60h (éq. Td)

ECTS: 6

Semestre: 2

Intervenants: Mohamed Krir

Lieu: UVSQ

Caractère: obligatoire

Parcours: Algèbre appliquée

Evaluation: (Examen + CC)/2

Pré-requis: Cours de Théorie des nombres et cryptographie, semestre 1 M1

Description:

On donne les notions élémentaires introductives à la théorie des courbes elliptiques. L'accent sera mis sur l'aspect concret avec des exemples de calcul explicite. On introduit d'abord le plan projectif sur un corps, on définit ensuite les courbes elliptiques, la loi de groupe, les fonctions rationnelles et les diviseurs. La dernière partie sera consacrée aux notions de morphismes, isogénies, points de torsion et au théorème de Hasse.

Contenu:

- Fonctions sur la droite projective
- Courbes elliptiques
- Fonctions rationnelles sur une courbe elliptique
- Diviseurs sur une courbe elliptique
- Morphismes entre courbes elliptiques
- Isogénies
- Points de torsion
- Couplage de Weil
- Théorème de Hasse

Bibliographie:

- J. H. Silvermann, *The arithmetic of elliptic curves*, Springer 1986.
- *Tout autre livre introductif sur les courbes elliptiques*

Automatique et Algèbre

Tutelle: Département de Mathématiques, UVSQ
Volume horaire: CM: 16h TD: 16h Total: 40h (éq. Td)
ECTS: 3
Semestre: 2
Intervenants: Alban Quadrat
Lieu: UVSQ
Caractère: obligatoire
Parcours: Algèbre Appliquée
Evaluation: (Examen + CC)/2

Pré-requis: Algèbre de Licence (groupes, anneaux, corps, polynômes et congruences)

Description:

Les systèmes interconnectés jouent un rôle de plus en plus important dans nos vies quotidiennes. La théorie mathématique des systèmes a pour but l'étude générale des systèmes (physiques, biologiques, économiques, ...), de leurs interconnexions et de leur contrôle. Dans ce cours, nous donnerons une introduction à cette théorie pour les systèmes dynamiques définis par des équations différentielles ou de récurrence linéaires. En particulier, nous montrerons comment la théorie des modules permet de caractériser les propriétés importantes des systèmes de contrôle (contrôlabilité, observabilité, platitude, ...) et de développer des lois de commande pour ces systèmes. Pour cela, nous serons amenés à étudier des aspects constructifs de la théorie des modules pour des anneaux de polynômes tordus d'opérateurs (opérateurs différentiels, opérateurs de décalage, opérateurs de retard). Ces résultats sont implémentables dans des systèmes de calcul formel tels que `Maple` ou `Mathematica`.

Contenu:

- Anneaux de polynômes tordus, extensions de Ore
- Théorie des modules sur un anneau principal
- Introduction à la théorie des modules
- Introduction à l'algèbre homologique
- Systèmes dynamiques linéaires continus et discrets
- Stabilité et stabilisation
- Contrôlabilité, observabilité, stabilisabilité, détectabilité
- Interconnexions et lois de commande (feedback)
- Introduction à la commande optimale et à la commande robuste

Bibliographie:

- D. Eisenbud, *Commutative Algebra With a View Toward Algebraic Geometry*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 150, Springer-Verlag.
- B. d’Andréa-Novel, M. Cohen de Lara, *Cours d’automatique – Commande linéaire des systèmes dynamiques*, Presses des Mines, 2000.
- J. M. Polderman, J. C. Willems, *An Introduction to Mathematical Systems Theory : A Behavioral Approach*, Texts in Applied Maths 26, Springer, 1997, <http://wwhome.math.utwente.nl/~poldermanjw/onderwijs/DISC/mathmod/book.pdf>.
- J. J. Rotman, *An Introduction to Homological Algebra*, Universitext, seconde édition, Springer, 2009, <http://archive.org/details/AnIntroductionToHomologicalAlgebra2ndRotman>.

Spécialisation "Simulation, Calcul"

33 ECTS (18 ECTS en S1, 15 ECTS en S2)

Introduction à l'analyse fonctionnelle et aux équations aux dérivées partielles

Tutelle: Département de Mathématiques, UVSQ
Volume horaire: CM: 24h TD: 24h Total: 60h (éq. Td)
ECTS: 6
Semestre: 1
Caractère: obligatoire
Intervenants: Pierre Gabriel
Lieu: UVSQ
Parcours: Simulation et Calcul, MMM
Evaluation: (Examen + CC)/2

Pré-requis: Fonctions de plusieurs variables, Calcul différentiel, Calcul intégral, Espaces vectoriels normés

Description:

Ce cours commencera par l'introduction à des outils d'analyse hilbertienne et au calcul des distributions. Ces outils seront ensuite employés pour analyser quelques équations aux dérivées partielles elliptiques issues de la physique et de la mécanique.

Contenu:

- Rappels et compléments sur les espaces vectoriels normés.
- Espaces de Hilbert, projection orthogonale, base hilbertienne,
- Théorème de Riesz-Fréchet, Théorème de Lax-Milgram
- Eléments sur les distributions. Transformation de Fourier.
- Espace L^2 . Espaces de Sobolev H^m .
- Traces et formules de Green.
- Inégalités de Poincaré et de Poincaré-Wirtinger.
- Exemples d'équations aux dérivées partielles. Equation de Poisson. Solution fondamentale.
- Equations d'élasticité linéaire (stationnaires). Inégalité de Korn.

Bibliographie:

- Pierre-Arnaud Raviart & Jean-Marie Thomas : Introduction à l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles, Dunod, 1998.
- Haïm Brézis, Analyse fonctionnelle, Dunod, 1983.
- Lawrence C. Evans, Partial differential equations, Graduate Studies in Mathematics, Vol. 19, AMS.
- Laurent Schwartz, Méthodes mathématiques pour les sciences physiques, Hermann, 1961.

Optimisation

Tutelle: Département de Mathématiques, UVSQ

Volume horaire: CM: 24h TD: 24h Total: 60h (éq. Td)

ECTS: 6

Semestre: 1

Caractère: obligatoire

Intervenants: Tahar Z. Boulmezaoud et Laurent Dumas

Lieu: UVSQ

Parcours: Simulation et Calcul, MMM

Evaluation: (Examen + CC)/2

Pré-requis: Fonctions à plusieurs variables, notions de calcul différentiel.

Description:

De très nombreux problèmes en industrie, en physique et en économie consistent en la minimisation (ou la maximisation) d'une fonction objective. Ce cours vise à apporter quelques outils théoriques et numériques pour la résolution de ces problèmes.

La première partie du cours porte sur des résultats généraux concernant l'optimisation avec ou sans contraintes. La seconde partie est dédiée à la présentation de méthodes numériques, déterministes ou non, pour approcher en pratique les extremums. Le cours pourra comporter une implémentation sur machine de l'une ou plusieurs de ces méthodes.

Contenu:

- Introduction. Exemples.
- Convexité : ensembles convexes, fonctions convexes, propriétés.
- Optimisation sans contraintes : conditions d'optimalité d'ordres 1 et 2.
- Optimisation avec contraintes : Théorème de Karush-Kuhn-Tucker, multiplicateurs de Lagrange. Cas d'un programme convexe.
- Méthodes numériques : méthodes de descente (de gradient, de quasi-newton,...etc), méthodes stochastiques (réduit simulé, algorithmes génétiques,...etc.).

Bibliographie:

- Ph. G. Ciarlet, Introduction à l'analyse numérique matricielle et Optimisation, Masson, 1988.
- J. F. Bonnans, Optimisation continue : cours et exercices, Dunod, 2006.
- H. B. Hiriart-Urruty and C. Lemaréchal, Convex analysis and minimization algorithms, Vol. I, II, Springer-Verlag, 1993.

Analyse des équations aux dérivées partielles

Tutelle: Département de Mathématiques, UVSQ

Volume horaire: CM: 24h TD: 24h Total: 60h (éq. Td)

ECTS: 6

Semestre: 1

Caractère: obligatoire

Intervenants: Emmanuelle Crépeau

Lieu: UVSQ

Parcours: Simulation et Calcul

Evaluation: (Examen + CC)/2

Pré-requis: Calcul intégral, calcul différentiel, notions de distributions, éléments de topologie

Description:

Ce cours a comme ambition d'introduire quelques outils d'analyse des équations aux dérivées partielles. Il commencera par quelques notions et résultats de base en analyse fonctionnelle et concernant les espaces de Sobolev. On abordera ensuite l'étude de quelques équations fondamentales telles que l'équation des ondes et l'équation de Schrödinger.

Contenu:

- Éléments d'Analyse fonctionnelle
- Compléments sur les espaces de Banach.
- Formes linéaires, dualité.
- Applications linéaires continues
- Théorème de Hahn-Banach. Théorème de l'application ouverte, théorème du graphe fermé.
- Convergences faible et faible \star .
- Espaces L^p et espaces de Sobolev. Formulation variationnelle.
- Equation des ondes.
- Equation de Schrödinger.

Bibliographie:

- Haïm Brézis, Analyse fonctionnelle, Dunod, 1983.
- Claude Zuily, Distributions et équations aux dérivées partielles, Hermann, 2001.
- Lawrence C. Evans, Partial differential equations, Graduate Studies in Mathematics, Vol. 19, AMS.

Méthodes numériques avancées et programmation

Tutelle: Département de Mathématiques, UVSQ

Volume horaire: CM: 24h TD: 24h Total: 60h (éq. Td)

ECTS: 6

Semestre: 2

Caractère: obligatoire

Intervenants: Christophe Chalons

Lieu: UVSQ

Parcours: Simulation et Calcul, MMM

Evaluation: (Examen + CC)/2

Pré-requis: notions sur les distributions et les espaces de Sobolev (suggérés mais non obligatoires)

Description:

L'objectif de ce cours est de proposer une introduction à l'analyse mathématique et à l'approximation numérique des solutions de certaines équations aux dérivées partielles (EDP). Ces équations interviennent de manière récurrente dans de nombreuses applications, qu'il s'agisse d'ingénierie mécanique et physique (aéronautique, nucléaire, ingénierie pétrolière, automobile...) ou de finance, d'économie, de chimie...etc.

Nous présenterons des résultats importants d'analyse théorique des EDP ainsi que les trois grandes classes de méthodes numériques associées (méthode des éléments finis, méthode des volumes finis et méthode des différences finies).

L'objectif de ce cours est également d'apporter aux élèves une première expertise numérique pour la résolution des équations aux dérivées partielles en leur proposant de programmer, de tester et de comparer différentes méthodes sur des problèmes concrets.

Contenu:

- EDP elliptiques
 - Rappels sur les distributions et les espaces de Sobolev
 - Formulation variationnelle
 - Théorème de Lax-Milgram
 - Etude de la méthode des éléments finis en 1D et en 2D
- EDP hyperboliques
 - Equation de transport et équation des ondes
 - Introduction à la méthode des volumes finis
- EDP paraboliques

- Equation de la chaleur
- Introduction à la méthode des différences finies

Bibliographie:

- 1 Pierre-Arnaud Raviart & Jean-Marie Thomas : Introduction à l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles, éditions Dunod 1998.
- 2 Brigitte Lucquin, Equations aux dérivées partielles et leurs approximations, Ellipses, 2004.
- 3 F. Lagoutière : Polycopié de cours sur les Equations aux dérivées partielles et leurs approximations, Université Paris-Sud.

Stabilité et bifurcation

Tutelle: Département de Mathématiques, UVSQ

Volume horaire: CM: 12h TD: 12h Total: 24h (éq. Td)

ECTS: 3

Semestre: 2

Caractère: obligatoire

Intervenants: Paolo Vannucci

Lieu: UVSQ

Parcours: Simulation et Calcul, MMM

Evaluation: (Examen + CC)/2

Pré-requis: éléments de base de calcul différentiel, algèbre tensorielle, calcul des variations, dynamique.

Description:

La modélisation de très nombreux problèmes en physique, en mécanique, en biologie et en industrie conduisent à l'étude de l'évolution de solutions d'équations différentielles. Le but de ce cours est d'apporter quelques outils et techniques mathématiques modernes pour étudier les propriétés qualitatives de telles solutions. Ces propriétés concernent la dépendance par rapport aux conditions initiales, la stabilité près des points d'équilibre et la sensibilité par rapport aux paramètres. Le cours sera illustré par de nombreux exemples issus de modèles mécaniques, physiques ou biologiques.

Contenu:

- Introduction et rappels :
Des exemples de stabilité et bifurcation : stabilité des orbites dans un champ de potentiel $1/r^2$; poutre rigide avec rotule élastique ; différentes approches. Notion de stabilité au sens de Hadamard. Bref historique. Rappels de notions de base : équations de Lagrange, conditions d'équilibre.
- Stabilité :
Espace des phases : trajectoires, classification des points d'équilibre. Notions de stabilité, attracteurs. Equation de Duffing, oscillateur de Van der Pol.
- Bifurcation :
Notions de base. Diagramme de branching. Points limites et points de bifurcation. Interprétations géométrique et algébrique. Snap-through, types de bifurcation. Modes de bifurcation.
- Bifurcation de Hopf :
Définition. Bifurcation de Hopf et stabilité. Equation de Lorentz. Types de branching.
- Stabilité à la Liapunov :
Définition. Théorème de stabilité de Liapounov. Méthode directe de Lia-

- pouv. Stabilité asymptotique.
- Stabilité de l'équilibre de systèmes conservatifs :
Equilibre comme point stationnaire du potentiel. Théorème de Lagrange-Dirichlet. Coefficients de stabilité de Poincaré. Effet des perturbations.
- Bifurcation et stabilité de l'équilibre de poutres élastiques :
La poutre d'Euler. Stabilité flexo-torsionnelle de Prandtl. Stabilité torsio-flexionnelle.
- Approches énergétiques :
Principes généraux. Quotient de Rayleigh. Méthode de Ritz. Méthode de Galerkin.

Bibliographie:

- S. Timoshenko, S. Gere : *Theory of elastic stability*. McGraw-Hill, 1961.
- N. Chetaev : *The stability of motion*. Pergamon Press, 1961.
- J.M.T. Thompson, G.W.Hunt : *A general theory of elastic stability*. Wiley, 1973.
- J.M.T. Thompson, G.W.Hunt : *Elastic instability phenomena*. Wiley, 1984.
- R. Seidel : *From equilibrium to chaos*. Elsevier, 1988.
- M. Pignataro, N. Rizzi, A. Luongo : *Stability, bifurcation and post critical behavior of elastic structures*. Elsevier, 1991.
- N. Q. Son : *Stabilité des structures élastiques*. Springer, 1995.

Modélisation en mécanique

Tutelle: Département des mathématiques, UVSQ

Volume horaire: CM: 27h TD: 42h Total: 63h (éq. Td)

ECTS: 6

Semestre: S2

Lieu: Université Paris-Sud, Orsay

Caractère: obligatoire

Intervenants: Frédéric Lagoutière

Lieu: UVSQ

Parcours: Simulation et Calcul, MMM

Mutualisation: Université Paris-Sud

Pré-requis: bases des équations différentielles ordinaires et de l'analyse numérique. Formulations variationnelles pour les EDP elliptiques et paraboliques. Notions de programmation

Description:

Ce cours a pour objectif l'application des outils mathématiques acquis en licence à des situations concrètes, dans le domaine des systèmes mécaniques. Une première partie est centrée sur les systèmes masses-ressorts, qui permettent de bien appréhender les notions de base de la mécanique que sont les forces, l'énergie, le travail, la puissance. Cette approche permet de modéliser un grand nombre de situations réelles, et constitue un champ d'application privilégié pour la théorie des équations différentielles. La seconde partie est consacrée à l'étude d'un certain nombre de modèles fluides. Dans un premier temps, nous nous limiterons aux fluides dits parfaits (modèle qui donne une bonne première approximation de l'écoulement de l'air autour d'une aile d'avion, ou l'écoulement de l'eau autour d'une quille de bateau). Ce cours se conclut par l'étude de fluides plus "réels" (du type miel), qui tendent à résister à la déformation, dont l'écoulement est régi par des équations proches de l'équation de la chaleur, d'une nature mathématique très différente de celle des équations correspondant aux fluides parfaits. Selon le temps restant et les souhaits des étudiants, nous aborderons l'extension de ces modèles à des situations plus complexes, comme par exemple, les écoulements en milieux poreux (qui régissent par exemple les infiltrations d'eau dans le sol), ou les écoulements biologiques (écoulement de l'air dans les poumons, du sang dans les veines). Tous les modèles mathématiques établis en cours donneront lieu à des applications numériques dans le cadre de séances de travaux pratiques sur ordinateur. Ce cours s'adresse notamment aux étudiants qui envisagent d'intégrer une école d'ingénieurs sur dossier, mais plus généralement à ceux qui souhaitent appliquer à des situations concrètes les outils mathématiques abstraits qu'ils ont abordés au cours de leur formation.

Equipe enseignante

Martin Andler

Adresse : Laboratoire de Mathématiques de Versailles
Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines
45, Avenue des Etats-Unis
78035 Versailles Cedex.
Tél. : ++ 33 (0)1 39 25 46 30
Mél : martin.andler@uvsq.fr
Web : <http://lmv.math.cnrs.fr/annuaire/andler-martin/>

Cours en master 1 :

- Algèbre 1

Tahar Z. Boulmezaoud

Adresse : Laboratoire de Mathématiques de Versailles
Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines
45, Avenue des Etats-Unis
78035 Versailles Cedex.
Tél. : ++ 33 (0)1 39 25 36 23
Mél : tahar.boulmezaoud@uvsq.fr
Web : <https://www.ljll.math.upmc.fr/~boulmezaoud>

Cours en master 1 :

- Optimisation
- Mathématiques assistées par ordinateur

Christophe Chalons

Adresse : Laboratoire de Mathématiques de Versailles
Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines
45, Avenue des Etats-Unis
78035 Versailles Cedex.
Tél. : ++ 33 (0)1 39 25 30 68
Mél : christophe.chalons@uvsq.fr
Web : <http://chalons.perso.math.cnrs.fr/>

Cours en master 1 :

- Méthodes numériques avancées et programmation

Vincent Cossart

Adresse : Laboratoire de Mathématiques de Versailles
Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines
45, Avenue des Etats-Unis
78035 Versailles Cedex.
Tél. : ++ 33 (0)1 39 25 46 48
Mél : vincent.cossart@uvsq.fr
Web : <http://lmv.math.cnrs.fr/annuaire/vincent-cossart/>

Cours en master 1 :

- Algèbre

Emmanuelle Crépeau

Adresse : Laboratoire de Mathématiques de Versailles
Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines
45, Avenue des Etats-Unis
78035 Versailles Cedex.
Tél. : ++ 33 (0)1 39 25 30 63
Mél : emmanuelle.crepeau@uvsq.fr
Web : <http://lmv.math.cnrs.fr/annuaire/emmanuelle-crepeau/>
Cours en master 1 :
– Analyse des équations aux dérivées partielles

Luca De Feo

Adresse : PRISM
Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines
45, Avenue des Etats-Unis
78035 Versailles Cedex.
Tél. : ++ 33 (0) 1 39 25 40 35
Mél : luca.de-feo@uvsq.fr
Web : <http://defeo.lu/>
Cours en master 1 :
– Analyse d’algorithmes et Programmation

Alexis Devulder

Adresse : Laboratoire de Mathématiques de Versailles
Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines
45, Avenue des Etats-Unis
78035 Versailles Cedex.
Tél. : ++ 33 (0)1 39 25 46 28
Mél : alexis.devulder@uvsq.fr
Web : <http://lmv.math.cnrs.fr/annuaire/devulder-alexis/>
Cours en master 1 :
– Probabilités

Catherine Donati-Martin

Adresse : Laboratoire de Mathématiques de Versailles
Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines
45, Avenue des Etats-Unis
78035 Versailles Cedex.
Tél. : ++ 33 (0)1 39 25 30 61
Mél : @uvsq.fr
Web : <http://lmv.math.cnrs.fr/annuaire/donati-martin-catherine/>
Cours en master 1 :
– Probabilités

Laurent Dumas

Adresse : Laboratoire de Mathématiques de Versailles
Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines
45, Avenue des Etats-Unis
78035 Versailles Cedex.

Tél. : ++ 33 (0)1 39 25 30 66

Mél : laurent.dumas@uvsq.fr

Web : <http://dumas.perso.math.cnrs.fr/>

Cours en master 1 :

– Optimisation

Pierre Gabriel

Adresse : Laboratoire de Mathématiques de Versailles
Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines
45, Avenue des Etats-Unis
78035 Versailles Cedex.

Tél. : ++ 33 (0)1 39 25 30 64

Mél : pierre.gabriel@uvsq.fr

Web : <http://pgabriel.perso.math.cnrs.fr/>

Cours en master 1 :

– Introduction à l'analyse fonctionnelle et aux équations aux dérivées partielles

Jean-Baptiste Goyard

Adresse : Institut d'Etudes Culturelles et Internationales
Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines
Bâtiment E

45, avenue des Etats-unis,

78000 Versailles.

Tél. : ++ 33 (0)1 39 25 42 50

Mél : jean-baptiste.goyard@uvsq.fr

Web : <http://www.ieci.uvsq.fr/>

Cours en master 1 :

– Anglais

Mohamed Krir

Adresse : Laboratoire de Mathématiques de Versailles
Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines
45, Avenue des Etats-Unis
78035 Versailles Cedex.

Tél. : ++ 33 (0)1 39 25 46 23

Mél : mohamed.krir@uvsq.fr

Web : <http://lmv.math.cnrs.fr/annuaire/krir-mohamed/>

Cours en master 1 :

– Introduction aux courbes elliptiques

Frédéric Lagoutière

Adresse : ++ 33 (0)1 69 15 57 59
Tél. : Département de Mathématiques,
Bâtiment 425, Faculté des Sciences d'Orsay
Université Paris-Sud
F-91405 Orsay Cedex.
Mél : frederic.lagoutiere@math.u-psud.fr
Web : <http://www.math.u-psud.fr/~lagoutie/>
Cours en master 1 :
– Modélisation en mécanique

Florian Leniaud

Adresse : Institut d'Etudes Culturelles et Internationales
Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines
Bâtiment E
45, avenue des Etats-unis,
78000 Versailles.
Tél. : ++ 33 (0)1 39 25 42 50
Mél : florian.leniaud@uvsq.fr
Web : <http://www.ieci.uvsq.fr/>
Cours en master 1 :
– Anglais

Vincent Sécherre

Adresse : Laboratoire de Mathématiques de Versailles
Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines
45, Avenue des Etats-Unis
78035 Versailles Cedex.
Tél. : ++ 33 (0)1 39 25 36 20
Mél : vincent.secherre@uvsq.fr
Web : <http://lmv.math.cnrs.fr/annuaire/vincent-secherre/>
Cours en master 1 :
– Théorie des nombres et Cryptographie

Alban Quadrat

Adresse : Inria Saclay - Île-de-France,
Projet DISCO, L2S,
Supélec, 3 rue Joliot Curie,
91192 Gif-sur-Yvette.
Tél. : ++ 33 (0)1 69 85 17 75
Mél : alban.quadrat@inria.fr
Web : <http://pages.saclay.inria.fr/alban.quadrat/>
Cours en master 1 :
– Automatique et Algèbre

Michael Quisquater

Adresse : UVSQ - Laboratoire PRISM

Batiment Descartes

3ème étage

Bureau 306B

45 Avenue des Etats Unis

78000 Versailles.

Tél. : ++ 33 (0)1 39 25 40 47

Mél : michael.quisquater@prism.uvsq.fr

Web : <http://www.prism.uvsq.fr/~mquis>

Cours en master 1 :

– Théorie de l'information

Paolo Vannucci

Adresse : Laboratoire de Mathématiques de Versailles

45 Avenue des Etats Unis

78000 Versailles.

Tél. : ++ 33 (0)1 39 25 42 18

Mél : paolo.vannucci@uvsq.fr

Web : <https://sites.google.com/site/paolovannucciwebsite/home>

Cours en master 1 :

– Stabilité et bifurcation