

## MASTER AMS, LISTE DES COURS (année 2017-2018)

- **Cours gérés par l'ENSTA**
  - AMS301 Calcul scientifique parallèle (AM et MS)
  - AMS302 Modélisation et simulation du transport de particules neutres (MS)
  - AMS303 Propagation des ondes dans des milieux périodiques (AM et MS)
  - AMS304 Résolution des problèmes de diffraction par équations intégrales (MS)
  - AMS305 Méthodes de décomposition de domaine pour la simulation numérique (MS)
  - AMS306 Hautes fréquences et fronts d'ondes (MS)
  - AMS307 Propagation et diffraction dans les guides d'ondes (MS)
  - AMS308 Modèles mathématiques et leur discrétisation en électromagnétisme (AM et MS)
  - AMS309 Modélisation des plasmas et de systèmes astrophysiques (MS)
  
- **Cours gérés par l'UVSQ**
  - V01 Outils mathématiques pour l'analyse des EDP (MS)
  - V02 Analyse théorique et numérique des systèmes hyperboliques I (AM et MS)
  - V03 Analyse théorique et numérique des systèmes hyperboliques II (AM et MS)
  - V04 Optimisation sans gradient (MS)
  - V05 Introduction à la quantification d'incertitudes (MS)
  - V06 Modélisation en Physique Statistique (MS)
  
- **Cours géré par l'ENS Cachan**
  - C01 Eléments finis, Différence finies, Volumes finis (MS)
  - C02 Réduction de modèles et méthodes d'ordre élevé (MS)
  
- **Cours gérés par l'Université Paris Sud**
  - O1 Introduction à la théorie spectrale (AM)
  - O2 Analyse microlocale (AM)
  - O3 Equations elliptiques linéaires et non-linéaires (AM)
  - O4 Equations dispersives (AM)
  - O5 Elements finis, contraintes et dualité (AM etMS)
  - O6 Calcul des variations (AM)
  - O7 Contrôle des EDO (AM)
  - O8 Equations de Navier Stokes (AM)
  
- **Cours gérés par l'Ecole Polytechnique**
  - X01 Homogénéisation (MS)

- X02 Méthodes numériques avancées et calcul haute performance pour la simulation de phénomènes complexes (MS)
  
- **Cours gérés par l'INSTN**
  - I01 Modélisation et Simulation des Ecoulements de Fluides dans la Géosphère (MS)
  - I02 Mécanique des fluides (MS)
  - I03 Programmation hybride et multi-coeurs (MS)
  - I04 Informatique Scientifique approfondie (MS)
  - I05 Simulation numérique en physique des plasmas (MS)
  - I06 Simulation numérique en astrophysique (MS)
  - I07 Visualisation scientifique (MS)

## AMS301 Calcul scientifique parallèle

**Etablissement(s) gérant le cours:** ENSTA

**Volume horaire total et par séance:** CM: 30h TD: 30h séance: 3h

**ECTS:** 7

**Semestre** 1

**Bloc du semestre:** 1 et 2

**Intervenants:** Patrick Ciarlet, Erell Jamelot ; Edouard Audit, Nicolas Kielbasiewicz, Axel Modave

**Lieu des cours:** ENSTA

**Parcours proposant le cours:** AMS

**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** AM et MS

**Pré-requis:** Méthodes numériques, algèbre linéaire, algorithmique, langage C

### **Description:**

Dans les ordinateurs, les tablettes ou les téléphones portables actuels, la plupart des unités de calcul peuvent effectuer les calculs simultanément. On aborde cette problématique en considérant une architecture informatique classique en calcul réparti, formée de nœuds de calculs, reliés entre eux par un réseau d'interconnexion. Idéalement, il s'agit de pouvoir effectuer des calculs simultanément, ou en parallèle, sur tous les nœuds. On étudie essentiellement les architectures à mémoire distribuée : la mémoire est locale à chaque nœud, ce qui nécessite l'échange des messages entre les nœuds via des communications pour transmettre de l'information. Pour paralléliser l'exécution d'un programme sur une telle architecture, en plus d'effectuer des calculs en parallèle sur tous les nœuds, il s'agit donc de les faire communiquer entre eux aussi peu que possible.

Les principaux modèles théoriques reliés à des problèmes classiques de calcul réparti, qui peuvent être structurés ou non-structurés, seront présentés ; puis on expliquera comment les résoudre en traitant des applications pratiques en calcul scientifique issues de la discrétisation d'EDP par différences finies, volumes finis ou éléments finis. Des projets informatiques seront réalisés et, pour la mise en oeuvre, on s'appuiera en particulier sur la bibliothèque d'échange de messages MPI (Message Passing Interface).

### **Contenu:**

- Présentation générale abstraite du calcul réparti
- Algorithmes parallèles pour problèmes structurés : résolution de systèmes linéaires par des algorithmes itératifs
- Algorithmes parallèles pour problèmes non-structurés : multiplication matrice-vecteur, résolution de systèmes linéaires par des algorithmes itératifs

- Etude de la bipartition, partition de maillage avec le logiciel GMSH
- Méthode du gradient conjugué
- Méthode GMRES
- Préconditionnement
- Initiation aux méthodes de décomposition de domaine
- Introduction au Calcul Hautes Performances
- Gestion des communications avec la bibliothèque MPI
- Mise en œuvre pour problèmes structurés et non-structurés

**Bibliographie:**

- P. Ciarlet, *Rappels de calcul scientifique*, ENSTA.
- I. Foster, *Designing and Building Parallel Programs*, Addison-Wesley, 1995.
- F. Magoulès, F.-X. Roux, *Calcul scientifique parallèle*, Dunod, 2013.
- Y. Saad, *Iterative Methods for Sparse Linear Systems, Second Edition*, SIAM, 2003.

## AMS302 Modélisation et simulation du transport de particules neutres

**Etablissement(s) gérant le cours:** ENSTA

**Volume horaire total et par séance:** CM: 20h TD: 10h séance: 3h

**ECTS:** 4

**Semestre** 1

**Bloc du semestre:** 1

**Intervenants:** François Févotte, Gérald Samba

**Lieu des cours:** ENSTA

**Parcours proposant le cours:** AMS

**Langue anglaise si demandé:** non

**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** MS

**Pré-requis:** C++, Discrétisation et analyse numérique des EDP : éléments finis, volumes finis, différences finies

### Description:

Ce cours présente l'ensemble des étapes intervenant dans la modélisation et la simulation des phénomènes de transport de particules neutres.

Après avoir dérivé les équations aux dérivées partielles modélisant ces phénomènes, nous étudierons leur discrétisation et mettrons en pratique différentes méthodes de résolution. Sur un même problème modèle, nous pourrions ainsi comparer les avantages et inconvénients des méthodes Monte Carlo et déterministes. Ceci donnera lieu à l'implémentation pratique de solveurs en C++.

Dans une dernière partie, nous présenterons des applications "métier" de la simulation de ces phénomènes.

### Contenu:

- Modélisation du transport de particules neutres
- Introduction à la méthode Monte Carlo
- Théorème central limite, estimateurs de variance et intervalles de confiance
- Discrétisations angulaires  $P_N / S_N$
- Discrétisation spatiale : schéma diamant
- Liens entre transport et diffusion
- Limite de diffusion du schéma diamant
- Accélération synthétique des itérations de *scattering* (DSA)
- Application métier : physique des réacteurs, photonique

### Bibliographie:

- A. Hébert, *Applied Reactor Physics*, Presses Internationales Polytechnique, 2010.
- F. Févotte, G. Samba, *Notes : transport de particules neutres*.

## AMS303 Propagation des ondes dans des milieux périodiques

**Etablissement(s) gérant le cours:** ENSTA  
**Volume horaire total et par séance:** CM: 27h TD: 6h séance: 3h  
**ECTS:** 4  
**Semestre** 1  
**Bloc du semestre:** 2  
**Intervenants:** Sonia Fliss et Patrick Joly  
**Lieu des cours:** ENSTA  
**Parcours proposant le cours:** AMS  
**Langue anglaise si demandé:** non  
**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** AM et MS

**Pré-requis:** Analyse fonctionnelle, formulations variationnelles

### **Description:**

Les milieux périodiques apparaissent dans un grand nombre d'applications (matériaux composites ou à fibres en mécanique et les cristaux photoniques en micro- et nano-technologies). Ces milieux périodiques présentent des propriétés très intéressantes. Par exemple, en optique, dans les cristaux photoniques qui sont appelés également des matériaux à bandes interdites de photons, des ondes électromagnétiques monochromatiques à certaines fréquences ne peuvent pas se propager dans de tels milieux. Il existe même des intervalles entiers de fréquences dites interdites. Ces milieux peuvent ainsi être utilisés par exemple dans la réalisation de filtres ou d'antennes.

On s'intéresse dans ce cours aux phénomènes de propagation d'ondes dans des milieux périodiques. Ces problèmes nécessitent des outils mathématiques un peu plus sophistiqués que dans le cas des milieux homogènes mais on pourra mener une analyse assez poussée qui exploite au mieux la structure périodique des milieux.

On étudiera essentiellement des milieux 1D pour lesquels les outils et les idées peuvent être exposés simplement. On expliquera dans le dernier cours comment étendre cette analyse à des milieux 2D et 3D à travers l'étude des guides d'ondes périodiques.

### **Contenu:**

- Transformation de Floquet Bloch
- Théorie spectrale des opérateurs symétriques du second ordre à coefficients périodiques
- Spectre de bande et ondes de Bloch

- Régime harmonique : Représentation de la solution de l'équation de Helmholtz via les ondes de Bloch et le principe d'absorption limite
- Régime temporel : Représentation de la solution de l'équation des ondes
- Lien entre les régimes harmonique et temporel : principe d'amplitude limite
- Construction de conditions transparentes de type Dirichlet-to-Neumann en régime harmonique
- Condition de radiation et unicité de la solution sortante
- Homogénéisation : approche double échelle et approche par ondes de Bloch
- Extension aux guides d'ondes périodiques

**Bibliographie:**

- P. Kuchment, *Floquet Theory for partial differential equations*, vol. 60 de Operator Theory : Advances et Applications. Birkhauser Verlag, Basel.
- Eastham M.S.P. , *The spectral theory of periodic differential equations.*, Edinburgh : Scottish Academic Press, Edinburgh-London.

## AMS304 Résolution des problèmes de diffraction par équations intégrales

**Etablissement(s) gérant le cours:** ENSTA

**Volume horaire total et par séance:** CM: 22h TD: 8h séance: 3h

**ECTS:** 4

**Semestre** 1

**Bloc du semestre:** 1

**Intervenants:** Eliane Bécache et Stéphanie Chaillat-Loseille

**Lieu des cours:** ENSTA

**Parcours proposant le cours:** AMS

**Langue anglaise si demandé:** non

**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** MS

**Pré-requis:** Connaissances élémentaires en Distributions, Analyse fonctionnelle, Algèbre linéaire, MATLAB

### **Description:**

Les ondes qui se propagent dans notre environnement sont à la fois un outil d'investigation du monde qui nous entoure (contrôle non-destructif, radar ou télescopes) et un moyen de transmission de l'information (musique, radio). Dans la première partie du cours, on commencera par établir les équations de l'acoustique à partir de celles des écoulements compressibles ; le cours se propose alors de faire le point sur la notion de rayonnement, puis de décrire l'utilisation des solutions élémentaires pour la représentation des champs. On établira ensuite les équations intégrales qui en découlent, sous leur forme variationnelle. Dans la deuxième partie du cours, on étudiera les différentes méthodes de résolution numérique des équations intégrales de frontière. On présentera en particulier les algorithmes modernes de résolution rapide de ces systèmes : méthodes directes et itératives, d'accélération et de préconditionnement.

### **Contenu:**

- Equations de l'acoustique linéaire et condition de rayonnement
- Fonction de Green et formules de représentation intégrales
- Méthode de couplage et équations intégrales
- Equations intégrales abstraites
- Calcul des coefficients d'influence
- Méthode des éléments de frontière
- Méthode multipôle rapide : principe et méthodes pour Helmholtz
- Méthodes de préconditionnement algébriques et analytiques
- Principe des méthodes d'approximation de rang faible
- Solveurs algébriques rapides : matrices hiérarchiques



**Bibliographie:**

- M. Lenoir, *Notes de cours sur les équations intégrales et problèmes de diffraction*. ENSTA
- W. McLean, *Strongly Elliptic Systems and Boundary Integral Equations*, Cambridge Univ. Press, 2000.
- J.-C. Nédélec, *Acoustic and Electromagnetic Equations*, Springer, 2001.
- G.C. Hsiao, W.L. Wendland, *Boundary Integral Equations*, Springer 2008.
- M. Bebendorf, *Hierarchical Matrices*, Springer, 2008.
- D. Colton and R. Kress, *Integral Equation Methods in Scattering Theory*, SIAM, 2013.
- G.H. Golub and C.H. Van Loan, *Matrix Computations*, J. Hopkins Univ. Press, 2013.

## AMS305 Méthodes de décomposition de domaine pour la simulation numérique

**Etablissement(s) gérant le cours:** ENSTA  
**Volume horaire total et par séance:** CM: 14h TD: 4h séance: 3h  
**ECTS:** 2  
**Semestre** 1  
**Bloc du semestre:** 2  
**Intervenants:** Frédéric Nataf  
**Lieu des cours:** ENSTA  
**Parcours proposant le cours:** AMS  
**Langue anglaise si demandé:** non  
**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** MS

**Pré-requis:** Analyse fonctionnelle appliquée, formulations variationnelles, analyse numérique des EDP

### Description:

La simulation numérique passe par l'utilisation de méthodes parallèles. Les méthodes de décomposition de domaine (MDD) sont naturellement adaptées aux calculateurs modernes. Ce cours introduit les concepts fondamentaux des MDD et les outils mathématiques nécessaires à leur analyse. La mise en oeuvre via le langage FreeFem++ ou la bibliothèque HPPDDM illustre les algorithmes.

### Contenu:

- Méthode de Schwarz
- Algorithme de point fixe et méthodes de Krylov
- Méthodes de Schwarz à deux niveaux et espace grossier
- Le lemme de l'espace fictif
- Méthode GenEO (Generalized Eigenvalue in the Overlap)
- Autres méthodes de décomposition de domaine
- Mise en oeuvre via le langage FreeFem++ ou la bibliothèque HPPDDM

### Bibliographie:

- F. Hecht, *FreeFem++*, <http://www.freefem.org/ff++>
- V. Dolean, P. Jolivet and F. Nataf, *An Introduction to Domain Decomposition Methods : algorithms, theory and parallel implementation*, <https://hal.archives-ouvertes.fr/cel-01100932>
- P. Jolivet and F. Nataf, *HPDDM, a C++ framework for high-performance domain decomposition methods*, available at the following URL : <https://github.com/hpddm/hpddm>.

## AMS306 Hautes fréquences et fronts d'ondes

**Etablissement(s) gérant le cours:** ENSTA

**Volume horaire total et par séance:** CM: 23h TD: 10h séance: 3h

**ECTS:** 4

**Semestre** 1

**Bloc du semestre:** 2

**Intervenants:** Daniel Bouche, Hasnaa Zidani, Olivier Bokanowski

**Lieu des cours:** ENSTA

**Parcours proposant le cours:** AMS

**Langue anglaise si demandé:** non

**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** MS

**Pré-requis:** Connaissances élémentaires en Equations d'ondes, Méthodes numériques pour les EDP , MATLAB

### **Description:**

Les phénomènes de diffraction à fréquence élevée présentent des difficultés spécifiques dues non seulement au nombre très élevé de degrés de liberté nécessaire pour leur approximation numérique mais encore à l'apparition de singularités de type caustiques générant des artefacts numériques et d'importantes pertes de précision. Le cours se propose de présenter les différents outils mathématiques et numériques permettant de s'affranchir de ces difficultés et plus généralement de résoudre les équations d'Hamilton-Jacobi qui interviennent dans des domaines aussi divers que la propagation haute fréquence, d'interfaces, le calcul de plus courts chemins et en théorie du contrôle optimal.

### **Contenu:**

- Diffraction d'ondes
- Développements asymptotiques
- Géométrie des surfaces
- Zones d'ombre, caustiques, arêtes
- Equations d'Hamilton-Jacobi
- Théorie de la viscosité
- Méthodes de suivi de front
- Schémas numériques pour les solutions discontinues

### **Bibliographie:**

- O. Bokanowski, H. Zidani, *Méthodes numériques pour la propagation de fronts*. Notes de cours ENSTA
- D. Bouche, M. Lenoir, *Notes de cours sur la diffraction d'ondes haute fréquence*. ENSTA
- D. Bouche, F. Molinet, R. Mittra *Asymptotic Methods in Electromagne-*

- tics*. Springer (1997)
- M. Chupin, *Etude des équations HJB sur domaine stratifié*. PFE ENSTA
  - P. Hoch, *Schémas d'approximation pour les équations de Hamilton-Jacobi du premier ordre : maillages structurés et non-structurés*, CER-MICS (2005)

## AMS307 Propagation et diffraction dans les guides d'ondes

**Etablissement(s) gérant le cours:** ENSTA

**Volume horaire total et par séance:** CM: 21h TD: 9h séance: 3h

**ECTS:** 4

**Semestre** 1

**Bloc du semestre:** 1

**Intervenants:** Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia, Laurent Bourgeois et Eric Lunéville

**Lieu des cours:** ENSTA

**Parcours proposant le cours:** AMS, mutualisation parcours Acoustique (mention Mécanique)

**Langue anglaise si demandé:** non

**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** MS

**Pré-requis:** Notions de base sur les ondes et les formulations variationnelles.

### **Description:**

Les guides d'ondes acoustiques, élastiques ou électromagnétiques sont présents dans de nombreux domaines des sciences de l'ingénieur. Ce cours concerne la modélisation, l'analyse et la simulation des phénomènes de propagation et de rayonnement dans un guide d'ondes. On montrera tout d'abord l'importance de la notion de mode, pour décrire la propagation dans un guide sans défaut. On s'intéressera ensuite à l'interaction entre un mode propagatif du guide parfait et un défaut d'invariance. On montrera alors comment exploiter la notion de modes pour concevoir et analyser des méthodes numériques. On s'intéressera en particulier à l'écriture de conditions dites transparentes et à la méthode des couches absorbantes parfaitement adaptées (Perfectly Matched Layers). Les méthodes seront mises en oeuvre dans le cadre de travaux pratiques et illustrées à travers plusieurs applications. Au delà de l'exemple particulier des guides d'ondes, ce cours permet de présenter dans un cadre assez simple des notions et des techniques qui sont utiles plus généralement pour l'étude de problèmes posés dans un domaine non borné.

### **Contenu:**

- La notion de mode, propagatif ou évanescent. Modes TE, TM et TEM d'un guide électromagnétiques. Modes de Lamb d'une plaque élastique.
- Une première formulation du problème de diffraction valable en régime monomode. Application au pot d'échappement.
- Principe d'absorption limite et opérateur de Dirichlet-to-Neumann.
- Alternative de Fredholm. Etude des modes piégés.
- Mise en oeuvre et estimations d'erreur pour les conditions transparentes

- de type Dirichlet-to-Neumann.
- La méthode de couches absorbantes parfaitement adaptées.
  - Formulations avec recouvrement et résolution itérative.
  - Méthode multimodales pour les guides lentement variables.
  - Le problème de diffraction inverse dans un guide d'ondes.

**Bibliographie:**

- C. Goldstein, Scattering theory in waveguides. In : Scattering Theory in Mathematical Physics. Springer Netherlands, 1974.
- D.S. Jones, Acoustic and electromagnetic waves. Oxford/New York, Clarendon Press/Oxford University Press, 1986.
- J. Miklowitz, The theory of elastic waves and waveguides. Elsevier, 1984.
- D. Royer et E. Dieulesaint, Elastic waves in solids, vol. 1. 2000.

## AMS308 Modèles mathématiques et leur discrétisation en électromagnétisme

**Etablissement(s) gérant le cours:** ENSTA

**Volume horaire total et par séance:** CM: 27h TD: 6h séance: 3h

**ECTS:** 4

**Semestre** 1

**Bloc du semestre:** 2

**Intervenants:** Patrick Ciarlet et Axel Modave

**Lieu des cours:** ENSTA

**Parcours proposant le cours:** AMS

**Langue anglaise si demandé:** non

**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** AM et MS

**Pré-requis:** Analyse fonctionnelle appliquée, formulations variationnelles, analyse numérique des EDP

### **Description:**

On étudiera les ondes de nature électromagnétiques. Ces ondes sont modélisées par les champs électromagnétiques qui sont les solutions des équations de Maxwell. Ce cours visera quatre objectifs principaux : étude des propriétés des champs électromagnétiques ; définition de modèles associés aux équations de Maxwell (relation entre les champs, modèles statique ou à dépendance en temps connue, ...) ; résolution mathématique rigoureuse de ces modèles ; techniques de discrétisation et mise en œuvre numérique.

### **Contenu:**

- Propriétés des champs électromagnétiques
- Espaces de Sobolev et théorèmes de trace en électromagnétisme
- Relations constitutives ; conditions aux limites ; définition des modèles
- Résolution des équations de Maxwell instationnaires et énergie
- Résolution des modèles statiques
- Résolution des équations de Maxwell stationnaires en domaine borné
- Discrétisation par éléments finis d'arête
- Discrétisation par éléments finis de Galerkin Discontinus
- Mise en oeuvre numérique

### **Bibliographie:**

- P. Ciarlet, *Notes de cours sur les équations de Maxwell*, ENSTA.
- J.D. Jackson, *Classical Electrodynamics, Third Edition*, John Wiley & Sons, 1999.
- P. Monk, *Finite Element Methods for Maxwell's Equations*, Oxford University Press, 2003.

## AMS309 Modélisation des plasmas et de systèmes astrophysiques

**Etablissement(s) gérant le cours:** ENSTA

**Volume horaire total et par séance:** CM: 24h TD: 6h séance: 3h

**ECTS:** 4

**Semestre** 1

**Bloc du semestre:** 1

**Intervenants:** Guy Bonnaud, Jérôme Perez et Edouard Audit

**Lieu des cours:** ENSTA

**Parcours proposant le cours:** AMS

**Langue anglaise si demandé:** non

**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** MS

**Pré-requis:** Niveau L3 en physique

### **Description:**

Le cours est décomposé en 5 séances consacrées aux plasmas et 5 séances consacrées à des systèmes astrophysiques. Les phénomènes de base sont passés en revue et constitueront le référent au cours avancé en modélisation et simulation numérique de plasma et/ou d'astrophysique enseigné en seconde période.

- Plasmas : ce cours introduit les processus physiques en œuvre dans les plasmas, milieu dominé par des comportements électromagnétiques induits : processus dominants, modèles pertinents sont passés en revue. La physique des plasmas est par essence la physique naturelle de tout l'univers extra-planétaire et celle de plasmas artificiels activement étudiés sur terre, depuis les décharges luminescentes jusqu'aux tokamaks pour la fusion thermonucléaire.
- Astrophysique : ce cours introduit les notions de base permettant de décrire la formation, l'évolution et les propriétés générales des structures stellaires et des grandes structures cosmiques.

### **Contenu:**

- Plasmas :
  1. Ionisation
  2. Trajectoires de charges en champs imposées et collisions
  3. Rayonnement
  4. Modèles cinétiques et hydrodynamiques
  5. Modes électromagnétiques propres
- Astrophysique (programme 2015/16) :
  1. Evolution stellaire



2. Le soleil et son environnement
3. Formation des grandes structures cosmiques
4. Etude des instabilités hydrodynamiques dans le contexte de l'astrophysique

**Bibliographie:**

- Physique des plasmas, G. Bonnaud, Polycopié cours Master Modélisation et simulation
- J.M. Rax, Physique des plasmas, J.M. Rax, Dunod, Paris, 2005
- Gravitation classique : Problème à N corps, de 2 à l'infini..., J. Perez, Les presses de l'ENSTA, 2011
- An introduction to modern astrophysics, B. W. Carroll & D. A. Ostlie, Addison-Wesley Pub. Comp., 1996

## V01 Outils mathématiques pour l'analyse des EDP

**Etablissement(s) gérant le cours:** UVSQ

**Volume horaire total et par séance:** CM: 24h TD: 0h séance: 3h

**ECTS:** 4

**Semestre** 1

**Bloc du semestre:** 1

**Intervenants:** Tahar Boulmezaoud

**Lieu des cours:** ENSTA

**Parcours proposant le cours:** AMS

**Langue anglaise si demandé:** oui

**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** MS

**Pré-requis:** Bases de topologie et d'analyse hilbertienne, théorie des distributions.

### **Description:**

L'objectif de ce cours est d'apporter quelques outils essentiels pour l'analyse des équations aux dérivées partielles (EDP). Le contenu regroupe d'une part des notions et des résultats issus de l'analyse fonctionnelle, et d'autre part, l'étude de quelques EDP en utilisant ces outils. Les trois classes standards d'équations aux dérivées partielles seront abordées par le biais d'exemples approfondis.

### **Contenu:**

- Rappels sur les espaces de Sobolev usuels  $H^m(\Omega)$  et  $W^{m,p}(\Omega)$ . Théorèmes de traces et formules de Green.
- Espace  $H(\text{div}; \Omega)$  et espace  $H(\text{rot}; \Omega)$ . Théorèmes de trace.
- Théorème de Lax-Milgram. Exemples d'applications :
  - Inégalités de Poincaré, Problèmes de Poisson.
  - Inégalité de Korn. Equations d'élasticité linéaire.
- Principe du maximum.
- Formulations mixtes. Théorème de Babuska-Brezzi.
- Problème de Stokes. Formulation vitesse-pressure.
- Problèmes de potentiels vecteurs et applications.
- Éléments de la théorie spectrale.
- Problèmes d'évolution parabolique. Equation de la Chaleur.
- Problèmes d'évolution hyperboliques. Equation des ondes. Equation de Burger.

### **Bibliographie:**

- H. Brézis, Analyse fonctionnelle, Dunod, 1983.
- L. C. Evans, Partial differential equations, Graduate Studies in Mathematics, Vol. 19, AMS.

- D. Gilbarg and N. S. Trudinger, Elliptic partial differential equations of second order. Classics in Mathematics. Springer-Verlag, Berlin, 2001.
- P.-A. Raviart & J.-M. Thomas, Introduction à l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles, Dunod, 1998.
- L. Schwartz, Méthodes mathématiques pour les sciences physiques, Hermann, 1961.

## V02 Analyse théorique et numérique des systèmes hyperboliques I

**Etablissement(s) gérant le cours:** Université Paris-Sud et UVSQ

**Volume horaire total et par séance:** CM: 18h TD: 6h séance: 3h

**ECTS:** 4

**Semestre** 1

**Bloc du semestre:** 1

**Intervenants:** Christophe Chalons, Benjamin Graille

**Lieu des cours:** Univ. Orsay

**Parcours proposant le cours:** AMS

**Langue anglaise si demandé:** oui

**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** AM et MS

**Pré-requis:** Connaissances de mathématiques générales et d'équations aux dérivées partielles

### Description:

Ce cours est consacré à l'analyse théorique et à l'approximation numériques des solutions des systèmes hyperboliques linéaires et non linéaires.

### Contenu:

- Hyperbolicité des systèmes linéaires et non linéaires, motivation et exemples
- Analyse des équations scalaires non linéaires, entropies, théorème de Krushkov
- Analyse numérique des équations scalaires : schémas monotones
- Ondes simples pour les systèmes : ondes de détente et invariants de Riemann, ondes de choc et ensemble de Rankine-Hugoniot, discontinuités de contact
- Théorème de Lax, résolution du problème de Riemann pour les systèmes non linéaires et application au système de la dynamique des gaz

### Bibliographie:

- E. Godlewski, P.A. Raviart, *Hyperbolic systems of conservation laws*, Mathématiques et Applications, Ellipses, Paris (1991).
- E. Godlewski, P.A. Raviart, *Numerical approximation of hyperbolic systems of conservation laws*, Springer, New York (1996).
- R. LeVeque, *Finite volume methods for hyperbolic problems*, Cambridge University Press (2002).
- B. Després, F. Dubois, *Systèmes hyperboliques de lois de conservation. Application à la dynamique des gaz*, Editions de l'Ecole Polytechnique (2005).
- C. Dafermos, *Hyperbolic Conservation Laws in Continuum Physics*, Springer, Berlin (2005).

## V03 Analyse théorique et numérique des systèmes hyperboliques II

**Etablissement(s) gérant le cours:** Université Paris-Sud et UVSQ

**Volume horaire total et par séance:** CM: 18h TD: 6h séance: 3h

**ECTS:** 4

**Semestre** 1

**Bloc du semestre:** 2

**Intervenants:** Christophe Chalons, Benjamin Graille

**Lieu des cours:** Univ. Orsay

**Parcours proposant le cours:** AMS

**Langue anglaise si demandé:** oui

**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** AMS

**Pré-requis:** Connaissances de mathématiques générales et d'équations aux dérivées partielles, cours d'analyse théorique et numérique des systèmes hyperboliques I souhaitable mais non obligatoire

### **Description:**

Ce cours est consacré à l'analyse théorique et à l'approximation numérique par la méthode des volumes finis des solutions des systèmes hyperboliques linéaires et non linéaires.

### **Contenu:**

- Hyperbolicité des systèmes linéaires et non linéaires, exemples et contre-exemples applicatifs
- Problème de Riemann pour le système de la dynamique des gaz en coordonnées Lagrangiennes et Euleriennes
- Méthode des volumes finis, schéma de Godunov
- Formalisme de Harten, Lax et van Leer, schémas de Godunov associés
- Méthodes de relaxation
- Aspects multidimensionnels, prise en compte des termes source et des conditions aux limites

### **Bibliographie:**

- E. Godlewski, P.A. Raviart, *Numerical approximation of hyperbolic systems of conservation laws*, Springer, New York (1996).
- E. Toro, *Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics*, Springer, Berlin (1999).
- R. LeVeque, *Finite volume methods for hyperbolic problems*, Cambridge University Press (2002).
- B. Després, F. Dubois, *Systèmes hyperboliques de lois de conservation*.

- Application à la dynamique des gaz*, Editions de l'Ecole Polytechnique (2005).
- C. Dafermos, *Hyperbolic Conservation Laws in Continuum Physics*, Springer, Berlin (2005).

## V04 Optimisation sans gradient

**Etablissement(s) gérant le cours:** UVSQ

**Volume horaire total et par séance:** CM: 12h TD: 12h séance: 3h

**ECTS:** 4

**Semestre** 1

**Bloc du semestre:** 2

**Intervenants:** Anne Auger et Laurent Dumas

**Lieu des cours:** ENSTA

**Parcours proposant le cours:** AMS, mutualisation OPTI

**Langue anglaise si demandé:** oui

**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** MS

**Pré-requis:** Fonctions de plusieurs variables, probabilités (cours niveau L3 ou M1)

### Description:

Les problèmes d'optimisation se rencontrent dans de nombreux domaines de l'ingénierie où les fonctions à optimiser peuvent être de différents types : boîte noire ou explicite, à variables continues ou discrètes, coûteuses à évaluer ou non, etc.. Dans la plupart des cas, le gradient de ces fonctions n'est pas facilement calculable. D'autre part, elles possèdent en général un grand nombre de minima locaux imposant de définir de nouvelles stratégies d'optimisation. Ce cours présente les principales méthodes d'optimisation sans gradient développées ces dernières années, de type locales ou globales, déterministes ou stochastiques, ainsi que les modèles approchés permettant de réduire le coût de calcul. Le cours sera illustré par plusieurs applications industrielles ou en sciences du vivant et comprendra la réalisation d'un projet dans un de ces thèmes.

### Contenu:

- Méthodes locales directes (Nelder Mead, MDS)
- Méthodes locales de type régions de confiance (NEWUOA)
- Méthodes globales déterministes (DIRECT)
- Méthodes globales de type surfaces de réponse (RBF, Krigeage)
- Méthodes globales stochastiques (recuit simulé, AG, ES, PSO)

### Bibliographie:

- A. Conn, K. Scheinberg et L. Vincente, *Introduction to Derivative Free Optimization*, SIAM, 2009.

## V05 : Introduction à la quantification d'incertitudes

**Etablissement(s) gérant le cours:** UVSQ

**Volume horaire total et par séance:** CM: 12h TD: 12h séance: 3h

**Semestre** 1

**Bloc du semestre:** 2

**Intervenants:** Didier Lucor

**Lieu des cours:** ENSTA

**Parcours proposant le cours:** AMS

**Langue anglaise si demandé:** oui

**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** MS

### **Description:**

L'objectif de ce cours est de se familiariser avec les concepts/outils de quantification des incertitudes et la modélisation stochastique/statistique des problèmes d'ingénierie et plus particulièrement dans le cadre de la mécanique des fluides numériques (CFD). Différentes méthodes stochastiques s'appuyant sur la théorie des probabilités seront abordées pour venir enrichir la prédiction numérique déterministe classique du système mécanique. Ces techniques permettent notamment un meilleur contrôle de l'erreur numérique, l'obtention « barres d'erreur », l'identification des paramètres influents cad l'étude de la sensibilité du système, la propagation des incertitudes, l'analyse de risque. Les modèles stochastiques et méthodes numériques présentés seront implémentés pour des exemples concrets d'écoulements fluides lors de TP sur ordinateur avec Matlab.

### **Contenu:**

- 
- Introduction à la quantification des incertitudes en mécanique numérique
- Rappels de probabilités/statistiques
- Introduction aux méthodes de simulation stochastiques
- Formalisme et dérivation des représentations spectrales stochastiques
- Méthodes de résolution numériques
- Optimisation robuste
- Applications : illustration sur des exemples concrets revisités dans un contexte incertain

### **Bibliographie:**

- Stochastic finite elements, Ghanem and Spanos, Dover 2003
- Numerical methods for stochastic computations : a spectral methods approach, Xiu, Princeton University Press 2010
- Stochastic Simulation : Algorithms and Analysis, Asmussen and Glynn, Springer 2007



## V06 Modélisation en Physique Statistique

**Etablissement(s) gérant le cours:** UVSQ

**Volume horaire total et par séance:** CM: 24h TD: 0h séance: 3h

**ECTS:** 4

**Semestre** 1

**Bloc du semestre:** 2

**Intervenants:** Kamel Boukheddaden

**Lieu des cours:** ENSTA

**Parcours proposant le cours:** AMS

**Langue anglaise si demandé:** oui

**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** MS

**Pré-requis:** notions élémentaires de probabilités, de thermodynamique, de mécanique.

### **Description:**

Après un bref historique de la genèse de la physique statistique, on introduira dans un premier temps les fondements de la physique statistique à l'équilibre (probabilités, ensembles canoniques). Cette partie sera suivie d'une incursion dans le domaine des systèmes en interactions et des transitions de phases (2<sup>nd</sup> et 1<sup>er</sup> ordre) dont on présentera les résolutions approchées par méthodes variationnelles, et par simulation Monte Carlo, que l'on approfondira sur des exemple concrets (modèles d'Ising, réseaux élastiques). La dernière partie du cours sera consacrée à l'étude de la dynamique des transitions de phase et à l'émergence de structures spatio-temporelles auto-organisées dans des systèmes ouverts. Des applications concrètes aux transitions de phases photo-induites seront étudiées et discutées en comparaison aux résultats expérimentaux.

### **Contenu:**

- Physique statistique à l'équilibre : entropie statistique, principe ergodique, ensembles statistiques ... Applications.
- Transitions de phases du (2<sup>nd</sup> et 1<sup>er</sup> ordre : modèles microscopiques, simulations Monte Carlo, dynamique moléculaire, ...
- Dynamique des transitions de phase : nucléation, croissance, propagation d'interfaces, Monte Carlo dans des réseaux élastiques couplés ...
- Systèmes ouverts coopératifs hors équilibre : transitions de phases photo-induites, auto-organisations spatio-temporelles, dynamique non-linéaire, ...

### **Bibliographie:**

- B. Jancovici, *Thermodynamique et Physique Statistique*, Nathan .
- D. Chandler, *Introduction to Modern Statistical Mechanics*.
- R. Balian, *du microscopique au macroscopique* (chez Springer).
- Le Bellac et Mortessagne *Thermodynamique statistique, équilibre et hors équilibre*, Dunod.

## C01 Eléments finis, Différence finies, Volumes finis

**Etablissement(s) gérant le cours:** ENS Cachan

**Volume horaire total et par séance:** CM: 24h TD: 0h séance: 3h

**ECTS:** 4

**Semestre** 1

**Bloc du semestre:** 1

**Intervenants:** Hafid Fikri

**Lieu des cours:** ENS Cachan

**Parcours proposant le cours:** AMS

**Langue anglaise si demandé:** oui

**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** MS

**Pré-requis:** Calcul différentiel et Calcul Intégral (cours L3)

### **Description:**

L'objet de cours est de donner les bases des trois principales méthodes de discrétisation d'équations aux dérivées partielles issues de la physique des milieux continus.

### **Contenu:**

- Après avoir classifié ces équations au sein de leurs trois types elliptiques hyperboliques et paraboliques et présenté les trois méthodes : Eléments finis, Différence finies, Volumes finis, on s'attachera à discuter la pertinence des méthodes vis à vis du type des équations considérées en travaillant notamment sur les trois exemples fondamentaux d'équations : Equations de Laplace, des ondes et de la chaleur.
- Une sensibilisation à la problématique induite par les problèmes non linéaires sera faite.

### **Bibliographie:**

- Un ouvrage de référence sur le sujet en français est l'encyclopédie Dautray Lions "Analyse mathématique et calcul numérique pour les sciences et les techniques" parue chez Masson

## C02 Réduction de modèles et méthodes d'ordre élevé

**Etablissement(s) gérant le cours:** ENS Cachan

**Volume horaire total et par séance:** CM: 0h TD: 24h séance: 3h

**ECTS:** 4

**Semestre** 1

**Bloc du semestre:** 2

**Intervenants:** Daniel Bouche et Hasna Zidani

**Lieu des cours:** non défini

**Parcours proposant le cours:** AMS

**Langue anglaise si demandé:** oui

**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** MS

**Pré-requis:**

**Description:**

Description non parvenue

## O1 Introduction à la Théorie spectrale

**Etablissement(s) gérant le cours:** Paris-Sud

**Volume horaire total et par séance:** CM: 30h TD: 0h séance: 3h

**ECTS:** 5

**Semestre** 1

**Bloc du semestre:** 1

**Intervenants:** Stéphane Nonnenmacher

**Lieu des cours:** Orsay

**Parcours proposant le cours:** AMS, mutualisation AAG

**Langue anglaise si demandé:** oui

**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** AM

**Pré-requis:** Bases d'analyse fonctionnelle

### **Description:**

Le but de ce cours est de présenter les outils principaux de l'analyse spectrale des opérateurs autoadjoints non-bornés avec applications aux opérateurs différentiels. On introduira un calcul fonctionnel de tels opérateurs et une classification de leurs spectres, et on présentera des techniques permettant d'étudier les propriétés spectrales des opérateurs différentiels en fonction de leurs coefficients : analyse des opérateurs compacts, principe variationnel, notions de la théorie des perturbations. Ensuite on appliquera ces techniques à l'étude des valeurs propres associées à certains problèmes aux limites.

The objective of this course is to present the main tools of the spectral analysis of unbounded self-adjoint operators with applications to differential operators. We will introduce a functional calculus of such operators and a classification of their spectra, and then we will present some techniques allowing one to understand spectral properties of differential operators in terms of their coefficients : analysis of compact operators, variational principle, notions of the perturbation theory. This machinery will be then applied to the study of eigenvalues associated with some boundary value problems.

## O2 Analyse microlocale

**Etablissement(s) gérant le cours:** Paris-Sud

**Volume horaire total et par séance:** CM: 30h TD: 0h séance: 3h

**ECTS:** 5

**Semestre** 1

**Bloc du semestre:** 1

**Intervenants:** Nicolas Burq

**Lieu des cours:** Orsay

**Parcours proposant le cours:** AMS, mutualisation AAG

**Langue anglaise si demandé:** oui

**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** AM

**Pré-requis:** Bases d'analyse fonctionnelle

### Plan succinct :

- I) Transformée de Fourier, phase stationnaire en dimension 1, en dimension supérieures, intégrales oscillantes
- II) Opérateurs pseudodifférentiels, symboles, quantification classique, quantification semi-classique. Action sur  $S$ , calcul symbolique (composition, adjoint), action sur  $L^2$ , inégalité de Garding
- III) Mesures de défaut. Définition, localisation, propagation
- IV) Application : observation, stabilisation et contrôle des ondes sur  $T^d$ .
- V) Opérateurs intégraux de Fourier. Introduction.

## O3 Equations elliptiques linéaires et non-linéaires

**Etablissement(s) gérant le cours:** Paris-Sud

**Volume horaire total et par séance:** CM: 30h TD: 0h séance: 3h

**ECTS:** 5

**Semestre** 1

**Bloc du semestre:** 1

**Intervenants:** Jean François Babadjian

**Lieu des cours:** Orsay

**Parcours proposant le cours:** AMS, mutualisation AAG

**Langue anglaise si demandé:** oui

**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** AM

**Pré-requis:** Bases d'analyse fonctionnelle

### **Description:**

Le cours abordera les sujets suivants :

- Régularité pour les équations elliptiques linéaires : régularité  $L^p$ , régularité holdérienne, régularité pour les équations à coefficients  $L^\infty$ .
- Point fixe de Schauder, applications aux équations elliptiques semi-linéaires.
- Lien avec le calcul des variations.
- Éléments de théorie des bifurcations
- Méthodes de monotonie, applications aux p-Laplacien.
- Introduction aux solutions de viscosité

The course will deal with the following topics :

- Regularity theory for linear elliptic equations :  $L^p$  regularity, Holder regularity, regularity for equations with  $L^\infty$  coefficients
- Schauder fixed point theorem, applications to semi linear elliptic equations. Link with the calculus of variations.
- Elements of bifurcation theory.
- Monotony methods, application to p-Laplace equations
- Introduction to viscosity solutions.

## O4 Equations dispersives

**Etablissement(s) gérant le cours:** Paris-Sud

**Volume horaire total et par séance:** CM: 30h TD: 0h séance: 3h

**ECTS:** 5

**Semestre** 1

**Bloc du semestre:** 2

**Intervenants:** Frédéric Rousset

**Lieu des cours:** Orsay

**Parcours proposant le cours:** AMS

**Langue anglaise si demandé:** oui

**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** AM

**Pré-requis:** Bases d'analyse fonctionnelle

### **Description:**

L'objectif de ce cours est d'introduire les étudiants aux Equations aux Dérivées Partielles Dispersives linéaires ou non-linéaires, et d'exhiber quelques comportements typiques des solutions : existence, dispersion, diffusion ou explosion. Le cours se concentrera dès le début sur quelques modèles simples : ondes ou Schrödinger.

Plan :

- 1) Etude des équations linéaires : existence, description en Fourier
- 2) Equations non linéaires via l'injection de Sobolev
- 3) Propriétés de dispersion, estimations de Strichartz
- 4) Equations non linéaires utilisant des estimées de Strichartz
- 5) Existence globale : utilisation des lois de conservation
- 6) Théorie de la diffusion pour l'équation de Schrödinger non linéaire
- 7) Un exemple d'explosion en temps fini

The aim of the course is to give an introduction to the study of linear and nonlinear dispersive equations and to exhibit some of the typical behaviors of the solutions : existence, dispersion, scattering or blow-up. The course will focus from the beginning on a few simple models : waves or Schrödinger.

Plan :

- 1) Linear equations : existence, solutions in Fourier
- 2) Nonlinear equations on a few simple cases via Sobolev embedding
- 3) Dispersive properties, Strichartz estimates
- 4) Applications of Strichartz estimates to nonlinear equations
- 5) Global existence : use of conservation laws
- 6) Scattering for nonlinear Schrodinger equations
- 7) An exemple of blow-up in finite time



## O5 Eléments finis, contraintes et dualité

**Etablissement(s) gérant le cours:** Paris Sud  
**Volume horaire total et par séance:** CM: 15h TD: 18h séance: 3h  
**ECTS:** 5  
**Semestre** 1  
**Bloc du semestre:** 2  
**Intervenants:** Bertrand Maury  
**Lieu des cours:** Orsay  
**Parcours proposant le cours:** AMS  
**Langue anglaise si demandé:** oui  
**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** AM et MS

### Pré-requis:

### Description:

Ce cours constitue une introduction poussée à la méthode des éléments finis pour la résolution de problèmes elliptiques. Au-delà des bases théoriques de cette méthode et des principes de sa mise en oeuvre, nous présenterons une étude comparée des différentes approches permettant de gérer la présence de contraintes dans la résolution de problèmes d'optimisation, problèmes aux limites, ou problèmes d'évolution. Parmi les motivations de cette étude qui pourront donner lieu à des travaux sur ordinateur, on peut citer la prise en compte d'obstacles rigides au sein d'un écoulement, la formulation de la contrainte de divergence nulle pour les fluides incompressibles ou, dans un tout autre domaine, la prise en compte de la contrainte de non interpénétration entre solides rigides ou déformables. On s'attachera à préciser les bases théoriques de chacune des différentes approches, pour les confronter ensuite à la résolution effective de problèmes-type à l'aide du logiciel libre FreeFem++.

Finite element method, constraints and duality We propose a detailed introduction of the finite element method for the resolution of elliptic problems. Beyond the theoretical basis and implementation aspects, we shall present a compared analysis of the different strategies which can be carried out to handle constraints in optimization problems (rigid obstacles in fluid flows, divergence free constraints for incompressible fluids, unilateral non overlapping constraint for rigid or deformable bodies). This lecture will be completed by computer sessions (FreeFem++).

## O6 Calcul des variations

**Etablissement(s) gérant le cours:** Paris Sud

**Volume horaire total et par séance:** CM: 30h TD: 0h séance: 2-3h

**ECTS:** 5

**Semestre** 1

**Bloc du semestre:** 2

**Intervenants:** Filippo Santambrogio

**Lieu des cours:** Orsay

**Parcours proposant le cours:** AMS, mutualisation OPTI

**Langue anglaise si demandé:** oui

**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** AM

**Pré-requis:** Analyse fonctionnelle, théorie de la mesure

### Description:

On étudiera les problèmes d'existence et caractérisation des minimiseurs dans les problèmes d'optimisation dans des classes de fonctions, avec une attention particulière aux problèmes issus de modèles physiques ou économiques, ainsi qu'aux problèmes géométriques les plus naturels. On étudiera aussi la notion de convergence pour une suite de problèmes variationnels,  $\Gamma$ -convergence, et ses exemples les plus significatifs.

Le cours sera organisé sur 5h par semaine, avec des séances de 3h et des séances de 2h.

### Contenu:

- Calcul des variations en dimension 1
- Semi-continuité des fonctionnelles intégrales
- Lien avec EDP elliptiques et fonctions harmoniques ; quelques résultats de régularité en utilisant la minimalité .
- $\Delta_p$ ,  $\Delta_\infty$  et minimiseurs absolus.
- Problèmes sous contraintes de divergence en trafic et en mécanique (compliance) et dualité.
- Quelques notions sur les problèmes vectoriels (quasi- et poly-convexité. . .).
- Notions sur l'espace BV, problème isopérimétrique, existence et applications.
- Théorie générale de la  $\Gamma$ -convergence.
- Transition de phase, approximation à la Modica-Mortola.
- D'autres problèmes de calcul des variations, approfondissements

### Bibliographie:

- G. Buttazzo, M. Giaquinta, S. Hildebrandt *One-dimensional variational problems*
- E. Giusti, *Direct Methods in the Calculus of Variations*

- A. Braides :  $\Gamma$ -convergence for beginners.
- d'autres livres, poly et articles qui seront signalés au fur et à mesure

## O7 Contrôle des EDO

**Etablissement(s) gérant le cours:** ENSTA

**Volume horaire total et par séance:** CM: 20h TD: 10h séance: 2-3h

**ECTS:** 5

**Semestre** 1

**Bloc du semestre:** 1

**Intervenants:** Frédéric Bonnans et Hasnaa Zidani

**Lieu des cours:** ENSTA

**Parcours proposant le cours:** AMS, mutualisation OPTI

**Langue anglaise si demandé:** oui

**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** AM

**Pré-requis:** Calcul différentiel, analyse fonctionnelle, un peu d'analyse numérique

### **Description:**

Les technologies actuelles cherchent de plus en plus à traiter des systèmes complexes, constitués par un grand nombre de paramètres liés les uns aux autres par une structure bien déterminée. Un autre aspect de l'évolution générale est aussi la recherche de performances évoluées (notion de productivité, de coût, de qualité des produits, ...) et des performances optimales (aller sur la lune en consommant le minimum de carburant, planifier une économie de façon optimale, etc). L'objectif de ce cours est de présenter les méthodes théoriques et numériques de la commande optimale permettant de résoudre ces systèmes complexes.

Le cours magistral est accompagné de séances de travaux dirigés et de travaux pratiques en Matlab ou Scilab, durant lesquelles les étudiants mettent en oeuvre sur un cas concret les méthodes numériques étudiées. 18h de ce cours seront mutualisés avec la 3e année du cycle ingénieur ENSTA. La répartition entre CM et TD/TP est indicative.

Le cours sera organisé sur 5h par semaine, avec des séances de 3h et des séances de 2h.

### **Contenu:**

- principe de Pontriaguine
- équations d'Hamilton-Jacobi et liens avec les problèmes de contrôle
- méthode de tire
- simulation numérique d'équations d'Hamilton-Jacobi

### **Bibliographie:**

-

## O8 Equations de Navier Stokes

**Etablissement(s) gérant le cours:** Paris Sud

**Volume horaire total et par séance:** CM: 30h TD: 0h séance: 2-3h

**ECTS:** 5

**Semestre** 1

**Bloc du semestre:** 2

**Intervenants:** Pierre-Gilles Lemarié, Diego Chamorro

**Lieu des cours:** Orsay

**Langue anglaise si demandé:** oui

**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** AM

**Description:**

non communiqué

**Contenu:**

**Bibliographie:**

## X01 Homogénéisation

**Etablissement(s) gérant le cours:** Ecole Polytechnique  
**Volume horaire total et par séance:** CM: 24h TD: 0h séance: 2h  
**ECTS:** 4  
**Semestre** 1  
**Bloc du semestre:** 2  
**Intervenants:**  
**Lieu des cours:** Polytechnique  
**Parcours proposant le cours:** AMS  
**Langue anglaise si demandé:** oui  
**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** MS

**Pré-requis:**

**Description:**  
non communiqué

**Contenu:**

**Bibliographie:**

## X02 Méthodes numériques avancées et calcul haute performance pour la simulation de phénomènes complexes

**Etablissement(s) gérant le cours:** Ecole Polytechnique  
**Volume horaire total et par séance:** CM: 12h TD: 12h séance: 3h  
**ECTS:** 4  
**Semestre** 1  
**Bloc du semestre:** 1  
**Intervenants:** Marc Massot  
**Lieu des cours:** Ecole polytechnique  
**Parcours proposant le cours:** AMS  
**Langue anglaise si demandé:** oui  
**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** MS

**Pré-requis:** Formation de base en EDP et analyse numérique

### **Description:**

Dans un nombre croissant d'applications, scientifiques ou industrielles, la simulation numérique joue un rôle clef pour comprendre et analyser les phénomènes physiques complexes. Elle permet aussi de prédire le fonctionnement de dispositifs comme les chambres de combustion aéronautiques (Fig. 1) dans l'optique d'une conception avancée. La complexité des systèmes et la taille des simulations multi-dimensionnelles rendent l'utilisation du calcul haute performance nécessaire. Ce cours propose dans un premier temps une présentation des enjeux que pose la modélisation des systèmes complexes pour les méthodes numériques et la simulation et un état de l'art des nouvelles architectures de calcul et des modèles de programmation parallèle. Après avoir rappelé les bases de l'analyse numérique des EDP pour les problèmes multi-échelles, nous proposons d'explorer quelques méthodes numériques avancées conçues pour traiter la raideur présente dans ces modèles complexes tout en tirant le meilleur parti des nouvelles architectures de calcul. Ces méthodes s'appuient sur une combinaison efficace entre analyse numérique, modélisation et calcul scientifique. Des séances de mise en œuvre sur machines en lien avec le mésocentre de calcul de l'ECP seront proposées.

**Contenu:**

- Modélisation mathématique des systèmes complexes multi-échelles.
- Définition de la notion de calcul haute performance et synthèse sur les nouvelles architectures de calcul et modèles de programmation parallèle.
- Analyse numérique des EDP multi-échelles (Décomposition de domaine, séparation d'opérateur...).
- Présentation et analyse de méthodes numériques avancées (multi-résolution adaptative et séparation d'opérateur avec adaptation temps/espace, algorithme pararéel, méthodes préservant l'asymptotique,...).
- Travaux pratiques sur machine parallèle avec fourniture de codes de calcul à titre d'exemple pour chaque méthode.

**Bibliographie:**

- M. Duarte, *Adaptive numerical methods in time and space for the simulation of multi-scale reaction fronts*, Thèse Ecole Centrale Paris (2011)
- W. Hundsdorfer et J. Verwer, *Numerical Solution of Time-Dependent Advection-Diffusion-Reaction Equations*, Springer-Verlag, Berlin (2003)
- L. Gosse, *Computing Qualitatively Correct Approximations of Balance Laws*, SIMAI Springer Series, Vol. 2, Springer (2013)
- V. Dolean, P. Jolivet, F. Nataf, *An Introduction to Domain Decomposition Methods : algorithms, theory and parallel implementation* (2015)
- B. Chapman, G. Jost, R. Van Der Pas, *Using OpenMP : Portable Shared Memory Parallel Programming*, The MIT Press (2007)
- W. Gropp, E. Lusk, A. Skjellum, *Using MPI : Portable Parallel Programming with the Message-Passing Interface*, The MIT Press (2014)



## I01Modélisation et Simulation des écoulements de Fluides dans la Géosphère

**Etablissement(s) gérant le cours:** INSTN

**Volume horaire total et par séance:** CM:  $19\frac{1}{2}$ h TD:  $9\frac{3}{4}$ h séance:  $3\frac{1}{4}$ h

**ECTS:** 4

**Semestre** 1

**Bloc du semestre:** 2

**Intervenants:** Michel Kern, Emmanuel Mouche

**Lieu des cours:** Maison de la Simulation, ENSTA

**Parcours proposant le cours:** porteur : AMS

**Langue anglaise si demandé:** oui

**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** MS

**Pré-requis:** Mathématiques, programmation sous Matlab, bases en physique des phénomènes de transfert.

### **Description:**

L'utilisation de modèles physiques et numériques permettant de simuler les transferts dans les couches terrestres superficielles (écoulements de fluides, transport de traceurs) et les couplages associés (température, chimie, mécanique) est devenue une activité incontournable dans tous les secteurs industriels s'intéressant à la géosphère : gestion de la ressource en eau, dépollution de sols et d'aquifères, étude de réservoirs pétroliers et de gaz, géothermie, séquestration du  $\text{CO}_2$ , stockage de déchets.

Ce cours vise à donner les bases de la modélisation physique et numérique des écoulements de fluides et les couplages associés dans les couches géologiques superficielles ou profondes. Soulignons qu'il s'adresse aussi aux étudiants désireux de s'orienter vers l'étude des géomatériaux tels que ceux utilisés en génie civil (matériaux cimentaires ou argileux).

On abordera les écoulements monophasique et diphasique ainsi que le transport de traceurs. Certains aspects plus poussés, tels que les couplages fluide-température et fluide-mécanique ou transport de traceurs réactifs, seront mentionnés.

On considérera dans un premier temps l'équation de Darcy et l'équation de transport par convection-diffusion-dispersion, décrivant respectivement l'écoulement dans un milieu poreux saturé en eau et le transport d'un traceur passif dans ce milieu. Dans un second temps, on abordera les équations d'un écoulement à deux phases immiscibles (eau-huile ou eau-gaz par exemple) et en particulier l'équation de Richards pour le transfert d'eau en milieu non saturé.

Les méthodes numériques pour simuler ces écoulements doivent prendre

en compte les difficultés spécifiques liées à l'hétérogénéité des milieux géologiques ou des géomatériaux. Elle doivent donc permettre de conserver les invariants physiques du modèle, tels que la conservation de la masse, et assurer la monotonie des solutions. Pour l'équation de Darcy, on présentera une méthode de volumes finis et la méthode des éléments finis mixtes. Le transport par advection et les modèles diphasiques sans pression capillaire, conduisent à des lois de conservation hyperboliques, et on présentera des méthodes lagrangienne et eulérienne. Enfin, on verra comment l'introduction de la pression globale permet de réduire le couplage pression-saturation pour la résolution des modèles diphasiques incompressibles incluant la pression capillaire.

Ce cours comporte une partie cours magistral, donnant les bases de la modélisation physique et de la simulation numérique des écoulements, et une partie de travaux pratiques sur PC visant à simuler (sous Matlab, ou d'autres codes), des cas tests d'écoulement et de transport.

#### **Contenu:**

- Equation de Darcy, équation de Richards ;
- Equation de transport par convection-diffusion-dispersion ;
- Ecoulement diphasique immiscible ;
- Méthodes de discrétisation spatiale : volumes finis, décentrage ;
- Formulations des écoulements diphasiques, schémas en temps ;
- Résolution des systèmes non-linéaires par des méthodes de Picard ou de Newton.

#### **Bibliographie:**

- J. E. Aarnes, T. Gimse and K.-A. Lie. *An introduction to the numerics of flow in porous media using Matlab*.  
<http://folk.uio.no/kalie/papers/ResSimMatlab.pdf>
- J. Bear and A. Verruijt. *Modeling Groundwater Flow and Pollution*, Springer-Verlag, 1987.
- R. Helmig. *Multiphase Flow and Transport Processes in the Subsurface : A Contribution to the Modeling of Hydrosystems*. Springer-Verlag 1997.
- Cours de Fritz Stauffer, Ecole Polytechnique de Zurich :  
<http://www.ifu.ethz.ch/GWH/people/stauffer>.

## I02 Mécanique des fluides

**Etablissement(s) gérant le cours:** INSTN

**Volume horaire total et par séance:** CM:  $35\frac{1}{2}$ h TD: 0h séance:  $3\frac{1}{2}$ h

**ECTS:** 4

**Semestre** 1

**Bloc du semestre:** 1

**Intervenants:** Quang Huy Tran et Alain Forestier

**Lieu des cours:** ENSTA

**Parcours proposant le cours:** AMS

**Langue anglaise si demandé:** oui

**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** MS

**Pré-requis:** Bases élémentaires de mécanique et de thermodynamique, notion de dérivées partielles

### **Description:**

La compréhension et la prévision des écoulements de fluides requièrent une modélisation et des relations entre les lois de conservation de la Mécanique et la Thermodynamique. Ce cours a pour objectif de mettre en évidence les différents modèles élaborés pour représenter des écoulements incompressibles ou compressibles avec ou sans prise en compte de la turbulence. Il introduit également, en y associant la physique sous-jacente, les principales techniques de résolution numérique pour les problèmes mono-fluides dans les approches industrielles. S'adressant aux étudiants suivant par ailleurs des cours de modélisation et de simulation numérique, mathématiques appliquées, et bien sûr d'informatique, ce module fournit des connaissances pratiques et utiles à quiconque souhaite s'engager vers des activités de recherche et développement.

### **Contenu:**

- Cinématique des milieux continus ;  
Description du mouvement, dérivée particulaire, étude des déformations, étude du tenseur des contraintes Application à la conservation de la masse, exemples
- Dynamique des milieux continus ; Expression de l'équation de quantité de mouvement et du moment cinétique Tenseur des contraintes de Cauchy, expression pour un fluide newtonien
- Thermodynamique des milieux continus ; Notions d'énergie totale et d'entropie Conséquence sur les coefficients de Lamé
- Tableau des nombres adimensionnels ; Rappel des équations de conservation Adimensionnement des équations de masse et quantité de

- mouvement et énergie
- Mise en place des nombres de Strouhal, Mach, Reynolds et Froude
- Entropie pour la thermodynamique générale ;
- Rappel des 2 lois de la thermodynamique avec termes de diffusion thermique et visqueuse
- Présentation des réduction de modèles monophasiques
- Exemples de solutions numériques
- Étude des écoulements bas Mach ;
- Modèles bas Mach et traitement des écoulements en fonction du nombre de Mach
- Présentation du modèle Navier Stokes incompressible et Euler compressible
- Exemples de solutions numériques
- Méthodes numériques pour le problème de la convection-diffusion en Mécanique des Fluides ;
- Équation de diffusion : cas homogène, solution élémentaire, existence et unicité de la solution, propriétés des solutions.
- Équation de convection-diffusion : solution d'un problème avec données initiales discontinues, limite avec viscosité évanescence et notion de solution faible
- Étude de la turbulence ;
- Turbulence dans le cas incompressible : Modèles en  $k, k - \epsilon, R_{i,j} - \epsilon$ .
- Turbulence dans le cas compressible : Modèles en  $k, k - \epsilon$
- Exemples de solutions numériques
- Découplage des équations et traitement des conditions limite ;
- Cas où les équations sont découplées ou couplées : exemple prise en compte de la thermique, de la turbulence Traitement des conditions limite dans le cas incompressible et dans le cas compressible
- Séminaire scientifique (analyse d'articles de recherche pour les sciences de l'ingénieur)

**Bibliographie:**

- S. Candel *Mécanique des fluides*.Dunod, 2001

## I03 Programmation hybride et multi-coeurs

**Etablissement(s) gérant le cours:** INSTN

**Volume horaire total et par séance:** CM: 12h TD: 18h séance: 3h

**ECTS:** 4

**Semestre** 1

**Bloc du semestre:** 2

**Intervenants:** Christophe Calvin, Pierre Ketsener, Marc Tajchman

**Lieu des cours:** ENSTA

**Parcours proposant le cours:** porteur : AMS

**Langue anglaise si demandé:** oui

**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** MS

**Pré-requis:** Algorithmique, programmation parallèle (MPI), programmation en langage C.

### Description:

La course à la puissance des ordinateurs est désormais couplée avec une maîtrise de la consommation de l'énergie et l'impact environnemental. Ainsi, les machines sont désormais des supercalculateurs à plusieurs dizaines, voire centaines, de milliers de processeurs multi cœurs mais également couplés avec des accélérateurs

Ces nouvelles architectures amènent à repenser la façon dont les programmes de simulation sont écrits. Ainsi, on peut imaginer que l'utilisation de la seule bibliothèque MPI pourra être limitée par un trop grand nombre de tâches à gérer simultanément, et qu'il faut alors utiliser plusieurs niveaux de parallélisme.

Le cours est organisé en séances de cours et d'applications pratiques au travers de TPs et permettra d'aborder les problématiques de la programmation hybride MPI+OpenMP ainsi que la programmation d'accélérateurs graphiques.

### Contenu:

- Evolution des architectures de calcul et des modèles de programmation (cours) ;
- Programmation en mémoire partagée à l'aide d'OpenMP (cours+TP) ;
- Programmation hybride MPI+OpenMP (cours+TP) ;
- Programmation de cartes graphiques (GPU) pour le calcul scientifique (cours+TP) ;

## I04 Informatique Scientifique

**Etablissement(s) gérant le cours:** INSTN

**Volume horaire total et par séance:** CM: 20h TD: 15h séance: 3 $\frac{1}{2}$ h

**ECTS:** 4

**Semestre** 1

**Bloc du semestre:** 1

**Intervenants:** Marc Tajchman - Christophe Labourdette

**Lieu des cours:** ENSTA ou Maison de la simulation

**Parcours proposant le cours:** porteur : AMS

**Langue anglaise si demandé:** oui

**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** MS

**Pré-requis:** Algorithmique, bases en programmation.

### **Description:**

Ce cours est une introduction pratique à la programmation en C++ pour le domaine scientifique, dans un environnement Linux.

Le développement de logiciels de simulation efficaces requiert l'utilisation d'outils adaptés mais aussi une bonne connaissance des problèmes numériques rencontrés lors de l'implémentation sur machine d'algorithmes mathématiques.

Le cours présentera une introduction au langage Fortran 77/90 et une introduction à la programmation objet en C++.

On s'attardera aussi sur les outils et les bonnes pratiques utilisés dans un environnement de développement Open Source sous Linux.

On présentera également les limites de la représentation des entiers et des flottants pour le calcul.

### **Contenu:**

- Linux et son environnement,
- Outils logiciels et développement de codes,
- Introduction à la programmation objet et au langage C++,
- Aspects numériques et représentation en machine,
- Éléments du langage de programmation fortran 77/90.

## I05 Simulation numérique en physique des plasmas

**Etablissement(s) gérant le cours:** INSTN

**Volume horaire total et par séance:** CM: 15h TD: 15h séance: 3h

**ECTS:** 4

**Semestre** 1

**Bloc du semestre:** 1

**Intervenants:** Yves Peysson, Jean Clerouin (année de rentrée paire),  
Serge Bouquet, Laurent Gremillet (année de rentrée impaire)

**Lieu des cours:** INSTN

**Parcours proposant le cours:** porteur : AMS

**Langue anglaise si demandé:** oui

**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** MS

**Pré-requis:** électromagnétisme, physique atomique, relativité restreinte, physique des plasmas.

### **Description:**

Modèles et méthodes de simulation sont abordées sur quatre types spécifiques de plasmas : ceux créés par lasers de puissance, dans les contextes de la fusion par confinement inertiel, d'une part, et des impulsions laser ultraintenses, d'autre part (années impaires). Les plasmas denses, typiquement à la densité du solide, intervenant dans la compréhension du coeur de cible de fusion inertielle et des coeurs d'étoile ou de planète sont présentés. Enfin les plasmas de fusion par confinement magnétique sont présentés, pour analyser le chauffage par onde et l'induction de courant au sein d'un tokamak (années paires).

### **Contenu:**

- Choc et instabilité hydrodynamique
- Propagation onde de très forte amplitude : instabilités et accélération de particules : méthodes particulières
- Problèmes à N corps, équations d'état : dynamique moléculaire et méthode Monte-Carlo
- Cinétique d'un plasma magnétisé et interaction onde - plasma : modèle de Fokker-Planck et tracé de rayons

### **Bibliographie:**

- Physique des tokamaks, J.M. Rax, Edns Ecole Polytechnique, Palaiseau, 2011

## I06 Simulation numérique en astrophysique

**Etablissement(s) gérant le cours:** INSTN

**Volume horaire total et par séance:** CM: 24h TD: 6h séance: 3h

**ECTS:** 4

**Semestre** 1

**Bloc du semestre:** 2

**Intervenants:** Allan-Sacha Brun et Jean-Michel Alimi

**Lieu des cours:** ENSTA

**Parcours proposant le cours:** porteur : AMS

**Langue anglaise si demandé:** oui

**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** MS

**Pré-requis:** Niveau L3 en physique, connaissances en analyse numérique, connaissance d'un langage de programmation permettant la mise en œuvre d'outils de visualisation simples (e.g. Matlab).

### **Description:**

Le module est décomposé en deux projets de modélisation et simulation d'un système astrophysique. Chaque projet est introduit par un cours d'une séance. Ce cours permet de présenter les concepts fondamentaux qui seront modélisés plus en détails dans le projet qui s'étale sur les 4 séances suivantes. Les deux projets abordent un thème spécifique et conduisent à la réalisation d'outils numériques visant à modéliser un système astrophysique particulier. Ces outils mettent en œuvre, dans le contexte de l'astrophysique, des méthodes numériques différentes et variées. L'évaluation consiste en une présentation orale des deux projets devant le jury constitué par l'ensemble des enseignants intervenants dans le module.

### **Contenu:**

- Magnétisme dans l'Univers et effet dynamo (1+4 séances) : Taches solaires. Magnétohydrodynamique solaire. Méthodes itératives de résolution des EDP.
- Formation des structures cosmiques (1+4 séances) : Le modèle de Friedman-Lemaître et calcul du facteur d'échelle dans ce modèle. Implémentation de ce facteur d'échelle dans un modèle numérique de formation de structures cosmiques dans un univers en expansion.

### **Bibliographie:**

- An introduction to modern astrophysics, B. W. Carroll & D. A. Ostlie, Addison-Wesley Pub. Comp., 1996



## I07 Visualisation Scientifique

**Etablissement(s) gérant le cours:** INSTN

**Volume horaire total et par séance:** CM:  $6\frac{1}{4}$ h TD: 10h séance:  $3\frac{1}{4}$ h

**ECTS:** 2

**Semestre** 1

**Bloc du semestre:** 2

**Intervenants:** Julien Tierny

**Lieu des cours:** Maison de la Simulation

**Parcours proposant le cours:** porteur : AMS

**Langue anglaise si demandé:** oui

**Finalité associée au cours (AM et/ou MS):** MS

**Pré-requis:** Algorithmique, complexité des algorithmiques, programmation orientée objet (C++), bases en géométrie.

### Description:

La visualisation scientifique est une discipline informatique qui étudie la génération de représentations graphiques, intelligibles et interactives de données scientifiques. Ces données peuvent être issues de simulations numériques (mécanique des fluides, conception mécanique, chimie, cosmologie) ou d'acquisitions (applications médicales, sismologie, etc.). En tant que telle, la visualisation est une composante essentielle de la démarche scientifique moderne et elle joue un rôle majeur dans les activités de recherche et développement où elle permet :

- L'exploration visuelle de données scientifiques pour la formulation d'hypothèses, la vérification de modèles ou la validation d'intuitions ;
- L'analyse géométrique et l'interprétation de résultats numériques
- La communication de résultats scientifiques avec des supports graphiques et interactifs.

Ce cours introduit les principales techniques de visualisation de données scientifiques représentées par des champs de scalaires, de vecteurs ou de tenseurs définis sur des domaines numériques en 2 ou 3 dimensions.

Ce cours s'adresse aux étudiants suivant par ailleurs des cours de modélisation et de simulation numérique, mathématiques appliquées, et bien sûr d'informatique graphique. De manière générale, ce cours fournit des connaissances pratiques et utiles à quiconque souhaite s'engager vers des activités de recherche et développement.

### Contenu:

- Colorimétrie et modèles perceptifs ;
- Structures de données pour la représentation de géométries discrètes

- (grilles régulières et triangulations) ;
- Visualisation de champs scalaires : cartes de couleur et rendu volumique, Extraction d'ensembles de niveau, Structures d'accélération, Analyse topologique de champs scalaires ;
  - Visualisation de champs de vecteurs : Lignes et surfaces intégrales, Convolution de lignes intégrales, Analyse topologique de champs de vecteurs ;
  - Visualisation de champs de tenseurs : Représentation par glyphes, Hyperlignes intégrales, Convolution d'hyper-lignes intégrales, Analyse topologique de champs de tenseurs ;
  - Séminaire scientifique (analyse d'articles de recherche en visualisation) ;
  - Travaux pratiques :
    - Introduction à la programmation en C++ d'applications 3D avec VTK ;
    - Conversion de données et import dans ParaView ;
    - Tutoriel d'introduction à ParaView ;
    - Implémentation de l'algorithme *Marching Tetrahedra* en C++ avec VTK ;

**Bibliographie:**

- Page Web du cours : <http://lip6.fr/Julien.Tierny/visualizationClass.html>